Math Un 131-1,114

Mathesis. Opera varia mathesin illustrantia 89.

R

Beyträge
zur
Beförderung des Studiums
der
Mathematik,
insbesondere
für Schullehrer und Praktiker.

Von
Johann Andreas Christian Michelsen,
Professor der Mathematik und Physik am Berlinischen Gymnasium.

Erster Band.

Berlin, 1790.
Im Verlage der Königl. Preuß. Akadem. Kunst- und Buchhandlung.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Sr. Hochwürden

dem

Herrn

Johann Joachim Spalding

Königl. Preuß. Oberconsistorial-Rathe ꝛc.

Sr. Hochwürden

dem

Herrn

D. Anton Friedrich Büsching

Königl. Preuß. Oberconsistorial-Rathe und Director des vereinigten Berlinischen und Cöllnischen Gymnasiums, und der davon abhangenden Schulen

wie auch

Sr. Hochwürden

dem

Herrn

D. Wilhelm Abraham Teller

Königl. Preuß. Oberconsistorial-Rathe, Probste in Cölln und Mitgliede der Königl. Akademie der Wissenschaften

und

Sr. Hochwürden

dem

Herrn

Johann Friedrich Zöllner

Königl. Preuß. Oberconsistorial-Rathe und Probste in Berlin

widmet

diese

Beyträge zur Beförderung des Studiums

der

Mathematik

der

Verfasser.

Ehrfurchtswerthe Vorgesetzte.

Es ist Ehre, unter der Aufsicht von Männern zu arbeiten, die durch Lehre und Beyspiel Wohlthäter Ihrer Zeitgenossen sind, aber auch Ermunterung zum redlichen Streben. Und wenn man für die Befolgung dieser Ermunterung die Belohnung eines glücklichen Erfolgs, selbst schwacher Bemühungen, erhält, so wird Dankbarkeit heilige Pflicht. Ich entledige mich

derselben gegen Sie, Würdige Vorgesetzte, hier nicht; denn ich darf es nicht durch Worte, ich muß es durch Treue in meinem Berufe thun. Dazu werde ich Ihr Muster unverrückt vor Augen behalten.

Berlin, den 31sten Merz 1790.

Johann Andreas Christian Michelsen.

Vorrede.

Ich habe etwas von meiner Absicht bey den gegenwärtigen Beyträgen zur Beförderung des Studiums der Mathematik in der Vorrede zu der Uebersetzung des ersten Theils der Anleitung zur Differenzial-Rechnung von **Leonhard Euler** berührt; hier muß ich mich darüber ausführlicher erklären.

Der Gesichtspunkt, in welchem sich mir die Mathematik zeigt, nachdem ich ihr mehrere Jahre gedient habe, um die Aufrichtigkeit meiner Bewerbungen zu bewähren, ist von der Art, daß ich glaube, sie enthalte mehr Schätze, theils für den Gelehrten überhaupt, theils für den mathematischen Praktiker, als man bisher von ihr gezogen; und dabey diesen Schätzen das Kennzeichen aller wissenswerthen Wahrheit beylege, die nicht tief verstekt, nur leicht verborgen

ist, wenn man sie am rechten Orte sucht. Sollte man es tadelnswerth finden, wenn ich diesen Ort so weit anzugeben und zu zeigen suchte, als ich selbst ihn kennen gelernt habe?

Die Alten, und überhaupt die ersten Erfinder, haben auch in der Mathematik den Vorzug, daß sie gezwungen waren, aus der Quelle selbst zu schöpfen. Oft fließen Quellen nur dann erst rein, wenn der Fleiß der Menschen der lockern Erde, welche sie umgiebt, Hindernisse in den Weg gelegt hat, sie zu trüben; und das ist gesammletes Regenwasser, keine Quelle, was der erste Entdecker auszuschöpfen vermogte. Sollte es also der Mühe unwerth seyn, von Zeit zu Zeit Sätze aus der Mathematik, in der Gestalt, in welcher sie die ersten Erfinder uns hinterlassen haben, mitzutheilen, und darüber Betrachtungen anzustellen, die, wo möglich, dem gebrauchten Gleichnisse entsprächen?

Beyspiele unterrichten besser und kräftiger als Regeln. Giebt es daher in der Mathematik wichtige Theorien, welche noch

nicht den Grad der Leichtigkeit, Vollständigkeit und Gründlichkeit haben, der erfordert wird, wenn dem Praktiker bey ihrer Anwendung der schnelle Gang und jeden Theil umfassende Blick möglich seyn soll, wodurch er sich hauptsächlich von dem Theoretiker unterscheidet: so scheint es mir zweckmäßiger, wirkliche Versuche zu liefern, als nur zu sagen, wie es seyn sollte. Selbst durch unvollkommene Versuche geschieht wenigstens etwas; durch Worte wird öfters allein die Luft in Bewegung gesetzt.

Indeß ist alle, von bloßen Beyspielen entlehnte Kenntniß, mehr sinnliche Kenntniß und mehr Empfindung, als vollkommene Einsicht; zum Handeln zwar nothwendig, aber zum vollkommnen gut Handeln nicht hinlänglich. Ausführlich entwickelte Beyspiele, verbunden mit Betrachtungen, welche aus der Natur der Sache hergenommen worden, sind daher, nach jenen, eben so nothwendig.

Soll künftig in der Mathematik mehr geschehen, als bisher, so kommt es dabey

vorzüglich auf die Lehrer dieser Wissenschaft in Schulen an. Wenn man eine beträchtliche Reihe von Jahren ernstlich gestrebt hat, ein gewisses Ziel zu erreichen: so ist es kein Stolz, wenn man sich demselben näher sieht, als andere, die, eben das zu thun, die Beweggründe nicht hatten. Ich will den Plan mittheilen, welchen ich mir für meine künftigen Lehrer-Beschäftigungen entworfen habe, und von Zeit zu Zeit erzählen, wie weit ich denselben auszuführen vermogte. Kann ich hier und da mehr ausrichten, als gewöhnlich geschieht, so habe ich solches dem Gebrauche von Werkzeugen zu danken, welche ich, nicht erfunden, sondern nur mir eigen zu machen gesucht habe. Aggregate von Vorstellungen in ihre Theil-Vorstellungen aufzulösen, diese hinzulegen, und aus ihnen jene zusammensetzen zu lassen, ist eine Kunst, die, an Beyspielen kennen gelernt, durch Uebung bald unser Eigenthum werden kann.

Es ist angenehm und nützlich zu wissen, was um und neben uns vorgeht. Wenn ich unter dem Titel: Nachrichten, dem

Versprechen des vorhergehenden Absatzes nachgekommen seyn werde, will ich, vom zweyten Stücke an, die Schriften bekannt zu machen suchen, welche von 1790 an, in der Mathematik erscheinen werden.

Sind es Hauptbücher, wie z. B. Hrn. **Kästners** geometrische Sammlungen, so verweile ich dabey, und setze, wo ich kann, eine kurze Anweisung zum zweckmäßigen und leichtern Gebrauche derselben hinzu. Enthalten sie theilweise neues und wichtiges, so führe ich aus ihnen auch dieses vorzüglich an. Gehören sie zu den schlechten, so nenne ich sie kurz, wenn sie bloß schlecht sind: sollten sie mir aber auch schädlich scheinen, so bringe ich sie, in Ansehung der Ausführlichkeit meiner Anzeigen, mit den Hauptbüchern in eine Classe. Ob ihre Urheber das gern sehen werden, weiß ich nicht; allein sollten wir einst im umgekehrten Verhältnisse stehen, so gebe ich ihnen zum voraus und mit beyden Händen alles Recht, was ich habe, mir mit eben dem Maße zu messen, mit dem ich ihnen gemessen haben werde.

Gleichwohl werde ich so wenig wie möglich urtheilen. Finde ich was gutes: so hebe ich es aus, und lege es in seiner Gestalt hin. Stoße ich auf etwas schlechtes, womit ich es eben so machen muß; was kann ich dafür, selbst wenn das, was ich hinsetze, des Papiers nicht werth wäre? Ich bin Referent, und sollte mir hier und da eine Bitterkeit entfahren, so hoffe ich mit Boileau sagen zu können: Des sottises du tems je compose mon fiel.

In den bereits üblichen Kritiken trifft man bisweilen Stellen an, die ein ganzes Buch werth sind, z. B. in der A. L. Z. Nr. 320. vom Jahr 1789, in der ersten Recension. Werden es mir ihre Verfasser erlauben, dergleichen in meinem Magazine zu sammlen? Aber auch Recensenten-Sünden findet man, durch welche der Gottlose, der sie begeht, Wahrheit oder guten Namen zu tödten sucht. Treffe ich auf meinem Wege jemanden, der im Dunkeln morden will, so frage ich nicht erst um Erlaubniß, ihn so zu zeichnen, daß man ihn am Tage erkennen könne.

Fürs erste setze ich diese Beyträge Ein Jahr fort; ob länger? kommt aufs mathematische Publikum an. Wer sie sich anschaffen will, braucht sich weder durch Subscription noch durch Pränumeration zu verpflichten. Mitarbeiter erbitte ich mir nicht; denn theils fehlt es mir an der Unverschämtheit, denen, welche sich dazu bereitwillig finden lassen mögten, bisweilen zu sagen, daß ihre Arbeiten nicht in meinen Plan passen; theils habe ich Stoff zu mehrern Jahrgängen vorräthig. Wollen mich aber Autoren schriftlich oder mündlich näher mit der Absicht ihrer Werke bekannt machen: so wird es mir sehr angenehm seyn, wenn sie es im erstern Falle postfrey, und im andern in der Mittagsstunde von eins bis zwey thun.

Den Ort, von welchem ich ausgehe, habe ich mir sorgfältig bekannt gemacht, und trete meinen Weg nicht ohne das nöthige Reisegeld an. Mein Ziel erblicke ich, wenigstens durch ein Sehrohr, deutlich, und genaue Charten werden mich vor Verirrungen bewahren. Aber vielleicht zeigt sich mir

bisweilen zur Rechten oder Linken ein Thal mit Blumen und fruchttragenden Bäumen. Selten soll es geschehen, aber bey einem langen Wege ist Ausruhen im Schatten, Sammlen neuer Kraft. Auch thut der Wandrer wohl, der einem entfernten Ziele entgegen geht, wenn er, insbesondere im Anfange, nicht eilt.

Dichter können das Angenehme mit dem Nützlichen verbinden. Es sollte mir leid thun, wenn ich hier und da das Nützliche durch Vermischung mit Bitterm weniger reizend zu machen gezwungen würde.

Berlin, den 31. Merz 1790.

J. A. C. Michelsen.

Beyträge
zur
Beförderung des Studiums
der
Mathematik.

Von
Johann Andreas Christian Michelsen,
Professor der Mathematik und Physik am Berlinischen Gymnasium.

Erstes Stück.

Berlin, 1790.
Im Verlage der Königl. Preuß. Akademischen Kunst- und Buchhandlung.

I.

Archimedes Berechnung des Kreises.

Aus dem Griechischen übersetzt.

Erster Satz.

Ein jeder Kreis ist gleich einem rechtwinkligen Dreyecke, von dessen Catheten die eine dem Halbmesser des Kreises, und die andere dem Umfange desselben gleich ist.

Es sey der Halbmesser des Kreises abcd, Fig. 1, der einen Cathete, und sein Umfang der andern Cathete des rechtwinkligen Dreyecks P, Fig. 2, gleich: so kann der Kreis weder größer noch kleiner seyn als das Dreyeck.

Denn sollte er größer seyn, so beschreibe man darin das Quadrat ad, und theile, fortgesetzt, die Bogen ab, bc, cd und da in zwey

$\Delta adg : \Delta adc = 21 : 7$, und
$\Delta agh : \Delta adc = 1 : 7$; so wird
$\Delta adh : \Delta adc = 22 : 7$.

Nun ist aber das Quadrat $cdef = 4 \Delta adc$, und folglich

$\Delta adh : cdef = 22 : 28 = 11 : 14$

und dabey das Dreyeck adh dem Kreise ab näherungsweise gleich, weil die Cathete ad dem Halbmesser, und die Cathete ah dem Umfange des Kreises, näherungsweise, gleich ist, wie in dem folgenden Satze bewiesen werden soll. Es verhält sich also der Kreis ab zum Quadrate seines Durchmessers df, ohngefehr oder näherungsweise, wie 11 zu 14.

Dritter Satz.

Der Umfang oder die Peripherie eines jeden Kreises übertrifft das Dreyfache des Durchmessers desselben um weniger als um $\frac{1}{7}$, aber um mehr als um $\frac{10}{71}$ eben dieses Durchmessers.

Es sey, Fig. 4, c der Mittelpunkt eines mit ca beschriebenen Kreises, und dabey berühre ab diesen Kreis in a, und acb sey gleich einem Drittel eines rechten Winkels. Unter diesen Bedingungen verhält sich

cb : ab = 306 : 153

und das Verhältniß von ca zu ab ist größer, als das Verhältniß von 265 : 153.

Man theile also den Winkel acb durch die gerade Linie cd in zwey gleiche Theile: so ist

bc : ca = bd : da, und folglich

bc + ca : ba = ca : da, und es hat daher die Linie ca zur da ein größeres Verhältniß als 571 zu 153; folglich das Quadrat der Linie cd zum Quadrate der da ein größeres Verhältniß als 349450 zu 23409, und cd zur da selbst ein größeres Verhältniß als $591\frac{1}{8}$ zu 153.

Man theile nunmehr auch den Winkel acd durch die gerade Linie ce in zwey gleiche Theile: so läßt sich auf ähnliche Art zeigen, daß die Linie ca zur ae ein größeres Verhältniß habe, als $1162\frac{1}{8}$ zu 153; und es ist daher auch das Verhältniß der Linie ce zur ae größer, als das Verhältniß von $1172\frac{1}{8}$ zu 183.

Man theile ferner den Winkel ace durch die gerade Linie cf in zwey gleiche Theile: so hat die Linie ca zur af ein größeres Verhältniß, als $2334\frac{1}{4}$ zu 153, und deswegen auch die Linie cf zur af ein größeres Verhältniß, als $2339\frac{1}{4}$ zu 153.

Endlich theile man den Winkel a c f durch die gerade Linie c g in zwey gleiche Theile: so hat die Linie c a zu a g ein größeres Verhältniß, als $4673\frac{1}{2}$ zu 153.

Da nun der Winkel a c b $= \frac{1}{3}$ R, viermal in zwey gleiche Theile getheilt ist, so ist der Winkel a c g $= \frac{1}{48}$ R. Man lege an a c, in c, den Winkel a c h $=$ a c g, und verlängere b a bis in h, so ist der Winkel h c g $= \frac{1}{24}$ R, und also die gerade Linie h g eine Seite des um den Kreis beschriebenen Sechsundneunzigecks.

Und da bewiesen worden, daß c a zu a g ein größeres Verhältniß hat, als $4673\frac{1}{2}$ zu 153, und der Durchmesser des Kreises das Doppelte von c a, und h g das Doppelte von a g ist: so hat daher der gedachte Durchmesser zur h g ein größeres Verhältniß, als $4673\frac{1}{2}$ zu 153, und zum Umfange des um den Kreis beschriebenen Sechsundneunzigecks ein größeres Verhältniß als $4673\frac{1}{2}$ zu 14688.

Umgekehrt hat der Umfang des erwähnten Vielecks zum Durchmesser des Kreises ein kleineres Verhältniß, als 14688 zu $4673\frac{1}{2}$. Da also 14688 das Dreyfache von $4673\frac{1}{2}$ um $667\frac{1}{2}$, d. h. um weniger als den siebenten Theil

von $4673\frac{1}{2}$ übertrifft: so ist der Umfang des um den Kreis beschriebenen Vielecks größer, als das Dreyfache des Durchmessers des Kreises, so daß der Ueberschuß weniger als $\frac{1}{7}$ dieses Durchmessers beträgt. Um so mehr muß daher der Umfang des Kreises kleiner seyn als das Dreyfache seines Durchmessers nebst einem Siebentel desselben.

Ferner sey Fig. 5. Ca, = 2ca in der vierten Figur, der Durchmesser des daselbst beschriebenen Halbkreises, und aCb = $\frac{1}{3}$ R. Bey diesen Voraussetzungen hat Cb zu ba ein kleineres Verhältniß, als 1351 zu 780; Ca zur ba aber dasselbe, welches die Zahlen 1560 und 780 zu einander haben.

Man theile den Winkel bCa durch die gerade Linie Cd in zwey gleiche Theile. Da alsdenn der Winkel bCd sowohl dem Winkel dab als dem Winkel dCa gleich ist: so sind auch die Winkel dab und dCa einander gleich. Nun ist der gemeinschaftliche Winkel der beyden Dreyecke Cda und dae, worin sich dab und dCa befinden, nemlich adC ein rechter; folglich auch der Winkel dea gleich dem Winkel Cad, und die Dreyecke Cda und dae gleich-

winklig. Es verhält sich demnach

$$Cd : da = da : de = Ca : ae$$

und da auch

$$Ca : ae = Ca + Cb : ba$$

so ist

$$Cd : da = Ca + Cb : ba;$$

und es hat daher Cd zur da ein kleineres Verhältniß, als 2911 zu 780, und Ca zur ad ein kleineres, als $3013\frac{11}{24}$ (oder $3013\frac{3}{4}$) zu 780.

Nun theile man den Winkel aCd durch die gerade Linie Cf in zwey gleiche Theile: so läßt sich auf ähnliche Art zeigen, daß Cf zur fa ein kleineres Verhältniß habe, als $5924\frac{11}{24}$ (oder $5924\frac{3}{4}$) zu 780, oder als 1823 zu 240, weil diese Zahlen $\frac{4}{13}$ von den vorhergehenden ausmachen. Es hat daher Ca zu fa ein kleineres Verhältniß, als $1838\frac{9}{11}$ zu 240.

Man theile auch den Winkel aCf durch die Cg in zwey gleiche Theile: so hat Cg zur ga ein kleineres Verhältniß, als $3661\frac{9}{11}$ zu 240, oder als 1007 zu 66, welche Zahlen von den vorhergehenden $\frac{11}{40}$ sind. Es hat also Ca zur ga ein kleineres Verhältniß, als $1009\frac{1}{6}$ zu 66.

Endlich theile man noch den Winkel aCg durch die Ch in zwey gleiche Theile: so hat Ch

zur h a ein kleiners Verhältniß, als $2016\frac{1}{6}$ zu 66, und C a zur h a ein kleiners als $2017\frac{1}{4}$ zu 66.

Umgekehrt hat h a zur C a ein größeres Verhältniß, als 66 zu $2017\frac{1}{4}$, und der Umfang des in dem Kreise beschriebenen regulären Sechsundneunzigecks zum Durchmesser des Kreises also ein größeres Verhältniß, als 6336 zu $2017\frac{1}{4}$. Da nun 6336 mehr als das Dreyfache und $\frac{10}{71}$ von $2017\frac{1}{4}$ ist: so übertrifft der Umfang des gedachten Vielecks das Dreyfache des erwähnten Durchmessers um mehr als $\frac{10}{71}$ von diesem. Um so eher muß der Umfang des Kreises das Dreyfache des Durchmessers um mehr als $\frac{10}{71}$ von diesem übertreffen.

Es ist daher die Größe, um welche der Umfang eines Kreises das Dreyfache des Durchmessers desselben übertrifft, weniger als $\frac{1}{7}$, aber mehr als $\frac{10}{71}$ dieses Durchmessers.

Auf diese Art hat der größte Mathematiker des Alterthums, denn das ist ohnstreitig Archimedes, wenn gleich Apollonius von Pergen, der kurz vor ihm lebte, (um 250, so wie Archimedes 300 Jahr vor C. G.) bey den Alten den Namen des Geometers vorzugsweise führt,

den Kreis berechnet. Da die übersetzte Schrift als ein Supplement seiner Bücher von der Kugel und dem Cylinder anzusehen ist: so kann es ihm zu keinem Vorwurfe gereichen, daß er darin verschiedene Sätze voraussetzte, welche er in jenen Büchern bewiesen hatte. Sie sind: 1. Es ist möglich, durch fortgesetzte Verdoppelung der Seiten einer in einem Kreise beschriebenen regulären Figur, ein in diesem Kreise beschriebenes reguläre Vieleck zu bekommen, dessen Unterschied vom Kreise kleiner, als jede gegebene Größe, ist. 2. Der Umfang jeder in einem Kreise beschriebenen regulären Figur ist kleiner als der Umfang des Kreises. 3. Der Umfang einer um einen Kreis beschriebenen regulären Figur ist größer als der Umfang des Kreises. Da ich, in einem der folgenden Stücke, von Archimedes Büchern von der Kugel und dem Cylinder reden werde: so verweise ich hier wegen dieser Sätze auf Hrn. Karstens Lehrbegriff der Mathematik, und dessen fünften Abschnitt des ersten Theils der Geometrie, §. 143 — 150; und auf Hrn. Kästners Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie und Perspective, vierte

Auflage von 1786, und darin auf den 41sten und 43sten Satz der Geometrie. Was Hr. Kästner in der Anmerkung zum letztgedachten Satze sagt, berühre ich nicht, weil dessen Schriften ohnstreitig in den Händen aller meiner Leser sind. Aber vielleicht ist es manchem nicht unangenehm, den Grund zu lesen, aus welchem Friedrich der Zweyte die Unmöglichkeit behauptete, den Umfang des Kreises in Vergleichung mit dem Durchmesser desselben genau auszudrücken. „Autant que je m'entends à ces matières, cette quadrature est impossible, à cause que les sections sont impaires," sind dessen Worte im zwölften Theile seiner *Oeuvres posthumes* in einem Briefe an *d'Alembert*, S. 52, die vielleicht eben das ausdrücken sollen, was in der *Encyclopédie méthodique*, in dem Artikel: *Quadrature du Cercle*, auf folgende Art gesagt worden ist: „Le cercle & la ligne droite sont les élémens de toutes les figures géométriques, & ces élémens étant de nature différente, ils ne peuvent être confondus, ils ne peuvent être comparés ni être compris exactement l'un dans l'autre." Was die arithmetischen Operationen betrifft, welche Archimedes beym dritten Satze nur an-

gezeigt hat, und die bloß mühsam nicht schwer sind, so findet man dieselben in dem Commentare vom Eutocius aus Ascalon, einem Schüler Isidorus des Milesiers, ausführlich angestellt, und es ist leicht zu erachten, daß dieser Theil des Commentars weit mehr Raum einnehme, als das dadurch Erläuterte. Am Schlusse sagt Eutocius, daß Apollonius in der, nicht mehr vorhandenen, Schrift, worin er (nach dem Montucla im ersten Theile seiner *Histoire des Mathématiques*, Paris 1758. S. 265.) das in eine Kugel beschriebene reguläre Zwölfeck mit dem in eben der Kugel beschriebenen Zwanzigecke verglich, und welche den Titel *Octybous* führte, durch andere Zahlen eben dasselbe Verhältniß des Umfangs des Kreises zum Durchmesser, aber genauer als Archimedes, gefunden habe, und bemerkt darauf dasselbe vom Philo aus Gadara, der das Verhältniß des Umfangs des Kreises zu seinem Durchmesser bis auf 10000 Theilchen gebracht hat. Uebrigens habe ich bey meiner Uebersetzung die Ausgabe von Wallis im dritten Theile dessen sämmtlicher Werke, Oxford 1689, gebraucht, welcher der Comentar vom Eutocius beygefügt ist.

II.

Berechnung
der
ebenen und geradlinigen Dreyecke.

Vorerinnerung.

Ein ebenes und geradliniges Dreyeck berechnen heißt: Aus den Stücken, wodurch das Dreyeck bestimmt wird, wenn dieselben in Zahlen *gegeben* sind, die übrigen Stücke dieses Dreyecks durch Rechnung finden; und aus der Elementar-Geometrie ist bekannt, daß unter den gegebenen Dingen eins wenigstens eine Seite des Dreyecks seyn muß. Wie wichtig die Wissenschaft sey, welche diese Berechnung lehrt, und wie unentbehrlich selbst zur Erwerbung deutlicher Kenntnisse von geometrischen Gegenständen; bedarf kaum einer Erwähnung. Also nur noch dieß vorläufig, daß die Berechnung der geradlinigen Dreyecke überhaupt die Berech-

nung des rechtwinkligen Dreyecks voraussetzt, wobey man aus einer Seite und den Winkeln die übrigen Seiten findet, und, der Bequemlichkeit und Kürze wegen, die gegebene Seite jedesmal als Einheit betrachtet, und daß davon also auch hier der Anfang gemacht werden soll. Da wir es aber hier bloß mit den ebenen und geradlinigen Dreyecken zu thun haben, so wollen wir die Benennung, Dreyeck, ohne Zusatz gebrauchen, und darunter allenthalben das ebene und geradlinige Dreyeck verstehen.

Erster Abschnitt.

Berechnung der rechtwinkligen Dreyecke.

I. Wenn die Hypothenuse als Einheit betrachtet wird.

Es sey Fig. 6. der Winkel B A C = R, und B C = 1; ferner heiße die Cathete A C, der Kürze wegen, a, und A B, aus eben dem Grunde, b: so ist, vermöge des Pythagorischen Lehrsatzes,

$$1 = b^2 + c^2;$$

und

und hieraus fließt nach eben so bekannten Sätzen:

$$b = \sqrt{(1-c^2)}; \text{ und } c = \sqrt{(1-b^2)}.$$

§. 2.

Sind die Winkel B und C gleich, wie Fig. 7: so wird AC = AB oder b = c, und folglich, da alsdenn $1 = 2c^2 = 2b^2$, oder $\frac{1}{2} = c^2 = b^2$ ist,

$$b = \sqrt{\tfrac{1}{2}} = 0{,}7071068\ldots = c.$$

§. 3.

Ist der Winkel ACB $= \frac{1}{3} R = 30°$, und also B $= \frac{2}{3} R = 60°$, wie Fig. 8: so wird

$$c = \tfrac{1}{2} = 0{,}5000000\ldots \text{ und}$$

$$b = \sqrt{\tfrac{3}{4}} = \tfrac{1}{2}\sqrt{3} = 0{,}8660254\ldots$$

Denn man verlängere BA bis in D, so daß AD = AB sey, und ziehe CD. Alsdenn ist △DAC = △BAC, also die Winkel DCA und BCA einander gleich, und beyde zusammengenommen so groß als B oder D. Hierdurch wird das Dreyeck BDC gleichseitig, und BD = BC = 1, und

$$AB = c = \tfrac{1}{2} BD = \tfrac{1}{2}.$$

Nun ist $b = \sqrt{(1-c^2)}$, und folglich, da $c = \frac{1}{2}$,

$$b = \sqrt{(1-\tfrac{1}{4})} = \sqrt{\tfrac{3}{4}} = \tfrac{1}{2}\sqrt{3}.$$

§. 4.

Es sey Fig. 9. $BAC = BDC = R$; $BCA = ABC = \frac{1}{2}R$; $BCD = \frac{1}{2}BCA = \frac{1}{4}R$; und $BC = 1$; so ist

$$DB = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}}{2}} = 0,3826834 \ldots \text{ und}$$

$$DC = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}{2}} = 0,9238795 \ldots$$

Denn man verlängere BD und CA bis sie sich in E begegnen: so wird $\triangle EDC = \triangle BDC$, und also $EB = 2DB$, oder $DB = \frac{1}{2}EB$, und $EC = BC = 1$. Nun ist

$EB^2 = EA^2 + AB^2$, und da, weil
$EA = EC - AC = 1 - AC$, ist,
$EA^2 = 1 - 2AC + AC^2$, und
$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 1 - AC^2$ wird:

so hat man

$$EB^2 = 2 - 2AC = 2 - 2\sqrt{\tfrac{1}{2}},$$

indem $AC = \sqrt{\frac{1}{2}}$ ist. Hieraus aber fließt

$$DB^2 = \frac{1}{4}EB^2 = \frac{2 - 2\sqrt{\frac{1}{2}}}{4} = \frac{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}}{2},$$

und daher

$$DB = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}}{2}}.$$

Ferner ist $DC^2 = BC^2 - DB^2$, d. h. wenn

man $BC = 1$, und $DB^2 = \frac{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}}{2}$ setzt, welcher Werth dafür so eben gefunden worden,

$$DC^2 = 1 - \frac{1 - \sqrt{\frac{1}{2}}}{2} = \frac{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}{2}, \text{ und daher}$$

$$DC = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}{2}}.$$

§. 5.

Bleiben alle Bedingungen, die im vorhergehenden §. angenommen worden, außer daß ACB nicht gerade einen halben rechten, sondern jeden spitzen Winkel vorstelle: so bleibt auch alles übrige, außer daß man nicht $\sqrt{\frac{1}{2}}$ für AC schreiben darf. Setzt man daher wieder $AC = b$, wie §. 1 — 3: so wird

$$DB = \sqrt{\frac{1 - b}{2}}; \text{ und } DC = \sqrt{\frac{1 + b}{2}}$$

Wenn $ACB = \frac{1}{3} R = 30°$: so hat man den Werth von b aus §. 3. Setzt man denselben in die für DB und DC gefundene Formeln, so findet man

$$DB = 0{,}2588190\ldots \text{ u. } DC = 0{,}9659258\ldots$$

§. 6.

Es sey Fig. 10. $BAC = EDC = EFC = R$; $ACB + DCE < R$; $BC = EC = 1$; $AC = b$;

$AB = c$; $DC = \beta$; $DE = \gamma$: so ist

1. $EF = c\beta + b\gamma$; und
2. $FC = b\beta - c\gamma$.

Denn zieht man DG der BA und EF, und DH der AC parallel: so wird

$EF = HF + HE = DG + HE$; und
$FC = GC - GF = GC - DH$.

Nun ist, wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke ABC, DGC und EDH,

$DG : c = \beta : 1$, und $HE : \gamma = b : 1$
folglich
$DG = c\beta$, und $HE = b\gamma$; also
$EF = c\beta + b\gamma$. Ferner ist
$GC : \beta = b : 1$; und $DH : \gamma = c : 1$
folglich
$GC = b\beta$, und $DH = c\gamma$; also
$FC = b\beta - c\gamma$.

§. 7.

Wenn der Winkel ACB, Fig. 10, dem Winkel DCE gleich, und also $ACE = 2ACB = 2DCE$ ist: so ist auch $b = \beta$ und $c = \gamma$; folglich

$EF = 2cb = 2\gamma\beta$; u. $FC = b^2 - c^2 = \beta^2 - \gamma^2$.

§. 8.

Vermittelst dieser Sätze ist man im Stande, die Catheten eines rechtwinkligen Dreyecks, dessen Hypotenuse $= 1$ gesetzt wird, für jede Größe der ihnen gegenüberstehenden spitzen Winkel, durch Zahlen auszudrucken. Behalten nemlich die Catheten die Namen b und c, und nennt man den Winkel, welcher b gegenübersteht, z, so wie den c gegenüberliegenden, y: so ist b

für $y = \frac{1}{2}R$, $= 0,707106781183\ldots$ §. 2,
u. für $y = \frac{1}{4}R$, $= 0,923879532571\ldots$ §. 4:
und daraus findet man nach der Formel

$$DC = \sqrt{\frac{1 + b}{2}} \quad §. 5,$$

wenn y gleich ist,	für b die Werthe
$\frac{1}{8}R$	0,980785280403...
$\frac{1}{16}R$	0,995184726672...
$\frac{1}{32}R$	0,998795456205...
$\frac{1}{64}R$	0,999698818696...
$\frac{1}{128}R$	0,999924701839...
$\frac{1}{256}R$	0,999981175282...
$\frac{1}{512}R$	0,999995293809...
$\frac{1}{1024}R$	0,999998823457...
$\frac{1}{2048}R$	0,999999705862...

$AB = c$; $DC = \beta$; $DE = \gamma$: so ist

1. $EF = c\beta + b\gamma$; und
2. $FC = b\beta - c\gamma$.

Denn zieht man DG der BA und EF, und DH der AC parallel: so wird

$$EF = HF + HE = DG + HE; \text{ und}$$
$$FC = GC - GF = GC - DH.$$

Nun ist, wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke ABC, DGC und EDH,

$DG : c = \beta : 1$, und $HE : \gamma = b : 1$

folglich

$DG = c\beta$, und $HE = b\gamma$; also

$EF = c\beta + b\gamma$. Ferner ist

$GC : \beta = b : 1$; und $DH : \gamma = c : 1$

folglich

$GC = b\beta$, und $DH = c\gamma$; also

$FC = b\beta - c\gamma$.

§. 7.

Wenn der Winkel ACB, Fig. 10, dem Winkel DCE gleich, und also $ACE = 2ACB = 2DCE$ ist: so ist auch $b = \beta$ und $c = \gamma$; folglich

$EF = 2cb = 2\gamma\beta$; u. $FC = b^2 - c^2 = \beta^2 - \gamma^2$.

§. 8.

Vermittelst dieser Sätze ist man im Stande, die Catheten eines rechtwinkligen Dreyecks, dessen Hypotenuse = 1 gesetzt wird, für jede Größe der ihnen gegenüberstehenden spitzen Winkel, durch Zahlen auszudrucken. Behalten nemlich die Catheten die Namen b und c, und nennt man den Winkel, welcher b gegenübersteht, z, so wie den c gegenüberliegenden, y: so ist b

für $y = \frac{1}{2}R$, $= 0{,}707106781183\ldots$ §. 2,

u. für $y = \frac{1}{4}R$, $= 0{,}923879532571\ldots$ §. 4:

und daraus findet man nach der Formel

$$DC = \sqrt{\frac{1+b}{2}} \text{ §. 5,}$$

wenn y gleich ist,	für b die Werthe
$\frac{1}{8}R$	0,980785280403...
$\frac{1}{16}R$	0,995184726672...
$\frac{1}{32}R$	0,998795456205...
$\frac{1}{64}R$	0,999698818696...
$\frac{1}{128}R$	0,999924701839...
$\frac{1}{256}R$	0,999981175282...
$\frac{1}{512}R$	0,999995293809...
$\frac{1}{1024}R$	0,999998823457...
$\frac{1}{2048}R$	0,999999705862...

$\frac{1}{4096}$ R 0,999999926465...

$\frac{1}{8192}$ R 0,999999981616...

Aus den beyden letzten Bestimmungen aber ergeben sich nach der Formel $c = \sqrt{(1 - b^2)}$ §. 2. für c,

wenn y gleich ist,	die Werthe
$\frac{1}{2048}$ R	0,000766990372...
$\frac{1}{4096}$ R	0,000383495187...
$\frac{1}{8192}$ R	0,000191747593...

wovon bey einiger Aufmerksamkeit in die Augen fällt, daß sie sich, wenigstens in den ersten eilf Decimalstellen, wie die zugehörigen Winkel y verhalten. Verlangt man daher keine genauere Bestimmungen der Linien b und c, und in den gewöhnlichen Fällen ihres Gebrauchs wird nicht einmal diese Genauigkeit erfordert: so hat man Recht zu behaupten, daß sich

$\frac{1}{8192}$ R : 1 Minute = 0,000191747503 : c′

verhalte, wenn c′ die dem Winkel von 1′ in einem rechtwinkligen Dreyecke gegenüberstehende Cathete dedeutet. Hieraus bekommt man

c′ = 0,000290888204...

und vermittelst dieses Werths nach der Formel $b = \sqrt{(1 - c^2)}$ §. 2.

b′ = 0,9999995769 20...

wenn b' die andere Cathete des so eben beschriebenen rechtwinkligen Dreyecks ist.

§. 9.

Hat man auf diese Art b' und c' für $y = 1'$ gefunden, so nenne man die der b und c gleichliegende Catheten,

b'', c'' wenn $y = 2'$
b''', c''' wenn $y = 3'$
b'''', c'''' wenn $y = 4'$ ist, u. s. w.

Alsdenn ist nach den Formeln des 7ten und 6ten §.

$$b'' = (b')^2 - (c')^2;\ c'' = 2c'b',\ \S. 7.$$
$$c''' = c''b' + c'b'';\ b''' = b''b' - c''c',\ \S. 6.$$
$$b'''' = (b'')^2 - (c'')^2;\ c'''' = 2c''b'',\ \S. 7.$$
$$c''''' = c'''b'' + c''b''';\ b''''' = b'''b'' - c'''c'',$$
$$= c''''b' + c'b'''';\ = b''''b' - c''''c';\ \S. 6.$$

u. s. w.

bis der Winkel y die Größe eines Grades erreicht. Ist man aber bis dahin gekommen, so findet man die Werthe für b und c, wenn y Grade in sich faßt, nach eben diesen Formeln, wenn man darin diejenigen Zeichen, wodurch die Anzahl der Minuten, die y enthielt, ange-

deutet werden, die Menge der Grade aus- drucken läßt, welche dem Winkel y zukommen sollen.

§. 10.

Freylich hat diese Methode, die Werthe von b und c für jede Größe von y zu finden, eine Menge von Unbequemlichkeiten. Denn einmal sind die dabey nothwendigen Rechnungen äußerst weitläuftig, und das um so mehr, je genauer man die Werthe von b und c haben will. Zum andern kann man dadurch keinen Werth von b und c finden, ohne zugleich mehrere von denen vor ihm vorher gehenden berechnet zu haben. Und endlich wird dabey (man sehe §. 8. nach) eine Behauptung zum Grunde gelegt, welche man hier lediglich auf einzelne Fälle gründen muß. Aber demungeachtet ist ihre Kenntniß wichtig, und, in anderer Rücksicht, selbst unentbehrlich; nicht nur weil nach ihr die gedachten Werthe von b und c wirklich berechnet sind, sondern auch, weil man, ohne sie zu kennen, die bessern Methoden nicht füglich erlernen kann, und denn doch, ohne sie selbst zu befolgen, dabey die Möglichkeit der Aufgabe einsieht, deren Auflösung sie enthält. In Ansehung dieses

letzten Umstandes ist sogar das Gesagte hinlänglich, sich die Art und Weise vorzustellen, die Werthe von b und c von Secunde zu Secunde und bis auf so viel Decimalstellen, als man irgend will, zu berechnen.

§. 11.

Von den erwähnten bessern Methoden können hier die Gründe noch nicht auseinander gesetzt werden, eine davon will ich indeß mittheilen. Sie ist in folgenden Worten enthalten:

Wenn $y = \frac{m}{n} \cdot 90^\circ$: so wird $c =$

$$+ \frac{m}{n} \cdot 1{,}5707963267948966192313216916$$

$$- \frac{m^3}{n^3} \cdot 0{,}6459640975062462536557565636$$

$$+ \frac{m^5}{n^5} \cdot 0{,}0796926262461670451205055488$$

$$- \frac{m^7}{n^7} \cdot 0{,}0046817541353186881006854632$$

$$+ \frac{m^9}{n^9} \cdot 0{,}0001604411847873598218726605$$

$$- \frac{m^{11}}{n^{11}} \cdot 0{,}0000035988432352120853404580$$

$$+ \frac{m^{13}}{n^{13}} \cdot 0{,}0000000569217292196792681171$$

$$-\frac{m^{15}}{n^{15}} \cdot 0,0000000006688035109811467224$$

$$+\frac{m^{17}}{n^{17}} \cdot 0,0000000000060669357311061950$$

$$-\frac{m^{19}}{n^{19}} \cdot 0,0000000000000437706546731370$$

$$+\frac{m^{21}}{n^{21}} \cdot 0,0000000000000002571422892856$$

$$-\frac{m^{23}}{n^{23}} \cdot 0,0000000000000000012538995403$$

$$+\frac{m^{25}}{n^{25}} \cdot 0,0000000000000000000051564550$$

$$-\frac{m^{27}}{n^{27}} \cdot 0,0000000000000000000000181239$$

$$+\frac{m^{29}}{n^{29}} \cdot 0,0000000000000000000000000549$$

und b wird =

$$+ \quad 1,0000000000000000000000000000$$

$$-\frac{m^{2}}{n^{2}} \cdot 0,2337005501361698273543113745$$

$$+\frac{m^{4}}{n^{4}} \cdot 0,2536695079010480136365633659$$

$$-\frac{m^{6}}{n^{6}} \cdot 0,0208634807633529608730516364$$

$$+\frac{m^{8}}{n^{8}} \cdot 0,0009192602748394265802417158$$

$$-\frac{m^{10}}{n^{10}} \cdot 0,0000252020423730606054810526$$

$$+\frac{m^{12}}{n^{12}} \cdot 0{,}0000004710874778818171503665$$

$$-\frac{m^{14}}{n^{14}} \cdot 0{,}0000000063866030837918522408$$

$$+\frac{m^{16}}{n^{16}} \cdot 0{,}0000000000656596311497947230$$

$$-\frac{m^{18}}{n^{18}} \cdot 0{,}0000000000005294400200734620$$

$$+\frac{m^{20}}{n^{20}} \cdot 0{,}0000000000000034377391790981$$

$$-\frac{m^{22}}{n^{22}} \cdot 0{,}0000000000000000183599165212$$

$$+\frac{m^{24}}{n^{24}} \cdot 0{,}0000000000000000000820675327$$

$$-\frac{m^{26}}{n^{26}} \cdot 0{,}0000000000000000000003115285$$

$$+\frac{m^{28}}{n^{28}} \cdot 0{,}0000000000000000000000010165$$

$$-\frac{m^{30}}{n^{30}} \cdot 0{,}0000000000000000000000000026$$

§. 12.

Soll hiernach c und b für einen bestimmten Werth von y gefunden werden, so setzt man für $\frac{m}{n}$ die Zahl, welche ausdruckt, was y für ein Theil von 90°, oder von einem rechten Winkel, ist, und rechnet darauf, so, wie es

die in den Formeln stehenden Zeichen verlangen. Uebrigens giebt es, wenn man alle Werthe von b und c berechnen will, man mag solches nach der zuerst beschriebenen Methode, oder nach den Formeln des vorhergehenden §. thun wollen, verschiedene Vortheile, davon folgender auch jetzt schon deutlich eingesehen werden kann. Es hat nemlich c bey jeder Größe von y, wofern y nur kleiner als 90° ist, eben den Werth, den b bekommt, wenn z die Größe von y erhält, und so auch b bey jeder Größe von y den Werth, welchen c bekommt, wenn z so groß angenommen wird, als y war; und man hat daher schon alle Werthe von b und c, wenn man diejenigen gefunden hat, die sich für y von 0° bis zu 45° ergeben, weil von den Winkeln z und y der eine immer den andern zu einem rechten Winkel ergänzt.

§. 13.

Zum Beschlusse der bisherigen Betrachtung wollen wir daraus noch einige leichte Sätze, die Beschaffenheit der Werthe von b und c betreffend, ziehen. Es sind also, vorausgesetzt, daß y ein spitzer Winkel ist,

1. alle Zahlen, welche man für b und c findet, kleiner als 1, oder ächte Brüche, die, zur Bequemlichkeit beym Gebrauche, am besten in Decimalbrüche verwandelt werden.

2 Je größer y wird, desto größer wird c, und desto kleiner b, obgleich nicht im geometrischen Verhältnisse. Umgekehrt, je kleiner y wird, desto kleiner ist c, und desto größer b.

3. Wenn $y + z = R$: so geht b in c und c in b über, wenn man y und z mit einander verwechselt, oder b ist dann allemal in Ansehung von z das, was c in Ansehung von y, so wie c in der ersten Rücksicht, was b in der zweyten ist. Endlich ist

4. wenn man, Fig. 6, $ACB = y$, und $ABC = z$ setzt, und den Buchstaben b und c die ihnen §. 8. beygelegte Bedeutung läßt, allemal

1. $AC : BC = b : 1$, und
2. $AB : BC = c : 1$.

II. Wenn eine von den Catheten als Einheit betrachtet wird.

§. 14.

Es sey, Fig. 11, $BAC = R$; $ACB = y$; $ABC = z$; und dabey habe sowohl b als c die bisher ihnen beygelegte Bedeutung: so ist

1. wenn man $AC = 1$ setzt,

   1) $AB = \frac{c}{b}$

   2) $BC = \frac{1}{b}$; und

2. wenn man $AB = 1$ setzt,

   1) $AC = \frac{b}{c}$, und

   2) $BC = \frac{1}{c}$.

Denn da nach §. 13. 4 in dem Dreyecke BAC, weil $A = R$,

$AC : BC = b : 1$, und

$AB : BC = c : 1$ ist: so ist darin auch

$AC : AB = b : c$; folglich

$$AB = \frac{AC \cdot c}{b}, \text{ und } AC = \frac{AB \cdot b}{c}.$$

Setzt man daher $AC = 1$, so wird $AB = \frac{c}{b}$, und setzt man $AB = 1$, so bekommt man

$AC = \frac{b}{c}$. Nun fließt aber auch aus $AC : BC = b : 1$, §. 13. 4, wenn man für AC den so eben gefundenen Werth, $\frac{b}{c}$, setzt,

$$BC = \frac{AC}{b} = \frac{b}{bc} = \frac{1}{c}$$

und aus $AB : BC = c : 1$, §. 13. 4, wenn man darin für AB den Werth desselben, $\frac{c}{b}$, setzt,

$$BC = \frac{AB}{c} = \frac{c}{cb} = \frac{1}{b}$$

und dieses sind die Sätze, die behauptet wurden.

§. 15.

Hat man die Werthe von b und c für jede Größe des der c gegenüberstehenden Winkels y in einem rechtwinkligen Dreyecke, dessen Hypotenuse als Einheit betrachtet wird, nach den Vorschriften der vorhergehenden Nummer gefunden: so kann man nach den Formeln des vorhergehenden § für jedes rechtwinklige Dreyeck ABC, Fig. 11, den Werth von AB und BC, wenn die Cathete AC, und den Werth von AC und BC, wenn die Cathete AB als Einheit be-

trachtet wird, bey jedem Werthe von y, durch eine bloße Division finden. Aus eben den Gründen aber, aus welchen man bey der Berechnung aller Werthe von b und c dieselben nur für die zwischen 0° und 45° enthaltenen Größen von y zu suchen brauchte, hat man auch hier nur nöthig, die Werthe von AB, AC und BC für eben diese Größen von y zu berechnen; anderer Abkürzungen und Vortheile, deren Gründe jetzt noch nicht auseinander gesetzt werden können, hier nicht zu gedenken.

§. 16.

Will man dazu die für b und c gefundenen Werthe nicht brauchen, so kann man die Zahl von AB, wenn AC, und die Zahl von AC wenn AB als Einheit betrachtet wird, und y gegeben ist, nach folgenden Formeln berechnen, welche ich aber hier eben so als die §. 11. ohne ihre Gründe hersetzen muß. Ist $y = \frac{m}{n} . 90°$, und AC = 1, so wird

$$AB =$$

$$\frac{2mn}{nn - mm} . 0,6366197723675$$

$$+ \frac{m}{n} . 0,2975567820597$$

$$+ \frac{m^3}{n^3} \cdot 0,0186886502773$$

$$+ \frac{m^5}{n^5} \cdot 0,0018424752034$$

$$+ \frac{m^7}{n^7} \cdot 0,0001975800714$$

$$+ \frac{m^9}{n^9} \cdot 0,0000216977245$$

$$+ \frac{m^{11}}{n^{11}} \cdot 0,0000024011370$$

$$+ \frac{m^{13}}{n^{13}} \cdot 0,0000002664132$$

$$+ \frac{m^{15}}{n^{15}} \cdot 0,0000000295864$$

$$+ \frac{m^{17}}{n^{17}} \cdot 0,0000000032867$$

$$+ \frac{m^{19}}{n^{19}} \cdot 0,0000000003651$$

$$+ \frac{m^{21}}{n^{21}} \cdot 0,0000000000405$$

$$+ \frac{m^{23}}{n^{23}} \cdot 0,0000000000045$$

$$+ \frac{m^{25}}{n^{25}} \cdot 0,0000000000005$$

und ist $AB = 1$, so wird bey eben der Bestimmung von y,

AC =

$$\frac{m}{n} \cdot 0{,}6366197723675$$

$$\frac{-4mn}{4nn-mm} \cdot 0{,}3183098861837$$

$$-\frac{m}{n} \cdot 0{,}2052888894145$$

$$-\frac{m^3}{n^3} \cdot 0{,}0065510747882$$

$$-\frac{m^5}{n^5} \cdot 0{,}0003450292554$$

$$-\frac{m^7}{n^7} \cdot 0{,}0000202791060$$

$$-\frac{m^9}{n^9} \cdot 0{,}0000012366527$$

$$-\frac{m^{11}}{n^{11}} \cdot 0{,}0000000764959$$

$$-\frac{m^{13}}{n^{13}} \cdot 0{,}0000000047597$$

$$-\frac{m^{15}}{n^{15}} \cdot 0{,}0000000002969$$

$$-\frac{m^{17}}{n^{17}} \cdot 0{,}0000000000185$$

$$-\frac{m^{19}}{n^{19}} \cdot 0{,}0000000000011$$

und die Art und Weise, wie man nach die= sen Formeln in einzelnen Fällen rechnet, ist

eben dieselbe, welche §. 12. in Ansehung der Formeln §. 11. beschrieben steht.

§. 17.

Was BC betrifft, sowohl, wenn AC, als wenn AB = 1 angenommen wird, so müssen die kürzern Wege, die Zahl dafür zu finden, noch ausgesetzt werden.

III. Erklärung der Namen, welche man den Seiten der rechtwinkligen Dreyecke gegeben hat, wenn eine davon als Einheit betrachtet, und die übrigen damit verglichen werden.

§. 18.

Es ist, nicht bloß der Kürze, sondern auch der Deutlichkeit und der Bestimmtheit der Begriffe wegen, nützlich, einen und denselben Gegenstand, wenn er von verschiedenen Seiten und unter verschiedenen Umständen betrachtet werden muß, mit verschiedenen Namen zu belegen. Deswegen heißt schon in der ebenen Geometrie jede gerade Linie, welche mit andern eine Figur begrenzt, Seite, die Seiten eines gleichschenkligen Dreyecks, Grundlinie und Schenkel, die Seiten eines rechtwinkligen Dreyecks

Hypotenuse und Catheten, u. s. f. Aus eben dem Grunde führen nun aber auch bey der Berechnung der geradlinigen Dreyecke die Seiten der rechtwinkligen Dreyecke besondere Benennungen, welche ihnen in so fern zukommen, als eine davon als Einheit betrachtet, und die übrigen mit dieser verglichen werden; und diese Benennungen sind also nunmehr zu erklären.

§. 19.

Sie sind: Sinus, Cosinus, Quersinus, Tangente, Cotangente, Secante und Cosecante, wofür man abgekürzt, sin., cos., s. v., tang., cot., sec., cosec., schreibt. Da eine gerade Linie durch die Vergleichung mit einer andern, als Einheit betrachteten, in eine Zahl übergeht, und diese Zahl, wenn die zur Einheit angenommene Linie die größere ist, ein ächter Bruch, hingegen, wenn die zur Einheit angenommene Linie die kleinere ist, entweder eine ganze Zahl oder ein unächter Bruch wird: so drucken die Namen, Sinus, Cosinus, Quersinus, Tangente, Cotangente, Secante und Cosecante eigentlich nichts anders als Zahlen, ganze entweder oder gebrochene, aus, welche das Verhältniß der Seiten eines rechtwinkligen Drey-

ecks zu einer von ihnen, die man als Einheit ansieht, anzeigen.

§. 20.

Allgemein begreift man die Sinus, Cosinus, Quersinus, Tangenten, Cotangenten, Secanten und Cosecanten unter dem Ausdrucke: Trigonometrische Linien, d. h. Linien, welche bey der Berechnung der Dreyecke als Hülfslinien gebraucht werden. Da die Linien, welche bey der Berechnung der Dreyecke als Hülfslinien dienen sollen, zuvor durch die Vergleichung mit einer andern als Einheit betrachteten Linie in Zahlen verwandelt werden müssen: so erhellet auch hieraus, daß man sich unter keiner von den so genannten trigonometrischen Linien eine Linie, sondern unter jeder eine Zahl von der im vorhergehenden §. beschriebenen Art zu denken habe.

§. 21.

Die zur Einheit angenommene Seite eines rechtwinkligen Dreyecks ist entweder die Hypotenuse oder eine von den Catheten. Im ersten Falle kann jede Cathete Sinus und Cosinus, und im andern Tangente und Cotangente, die Hypotenuse aber in diesem zweiten Falle Secante

und Cosecante heißen. Um diese Zweydeutigkeit aus dem Wege zu räumen, bezieht man die trigonometrischen Linien auch noch auf die Winkel, welchen sie gegenüberstehen, oder an welchen sie liegen.

§. 22.

Ist nemlich, Fig. 12, BAC = R; ACB = y; und ABC = z: so nennt man

1. wenn BC = 1 gesetzt wird,
   AB, Sinus von y oder Cosinus von z;
   AC, Sinus von z oder Cosinus von y;
2. wenn AC = 1 gesetzt wird,
   AB, Tangente von y oder Cotangente von z;
   BC, Secante von y oder Cosecante von z;
3. wenn AB = 1 gesetzt wird,
   AC, Tangente von z oder Cotangente von y;
   BC, Secante von z oder Cosecante von y.

§. 23.

Eben dieses will folgendes sagen. Ist

1. BC = 1: so ist AB = sin. y = cos. z;
   und AC = sin. z = cos. y. Ist
2. AC = 1: so ist AB = tang. y = cot. z;
   und BC = sec. y = cosec. z. Ist
3. AB = 1: so ist AC = tang. z = cot. y;
   und BC = sec. z = cosec. y.

§. 24.

Die Sinus und Tangenten liegen also den Winkeln, nach welchen sie benennet werden, gegenüber, die Cosinus und Cotangenten aber an denselben. Was die Secanten und Cosecanten betrifft, so bekommen sie ihren Beynamen von den Winkeln, welche entweder der als *Einheit* betrachteten Cathete gegenüber, oder an derselben liegen. Im ersten Falle hat man Cosecanten, und im andern Secanten.

§. 25.

Dieses vorausgesetzt, lassen sich die unter den beiden vorhergehenden Nummern bewiesenen Sätze auch auf folgende Art ausdrucken.

1) $1 = \text{sin. } Z + \text{cos. } Z.$

$\text{sin. } z = \sqrt{(1 - \text{cos. } z^2)}$

$\text{cos. } z = \sqrt{(1 - \text{sin. } z^2)}$, §. 1.

2) $\text{sin. } \frac{1}{2} R = \text{cos. } \frac{1}{2} R = \sqrt{\frac{1}{2}}$

$= 0,\ 7071068 \ldots$ §. 2.

3) $\text{sin. } 30^\circ = 0,\ 5000000 \ldots;$

$\text{cos. } 30^\circ = 0,\ 8660254 \ldots$

$\text{sin. } 60^\circ = 0,\ 8660254 \ldots;$

$\text{cos. } 60^\circ = 0,\ 5000000 \ldots$ §. 3.

4) $\text{sin. } \frac{1}{4} R = 0,\ 3826834 \ldots;$

$\text{cos. } \frac{1}{4} R = 0,\ 9238795 \ldots$ §. 4.

5) $\sin. \frac{1}{2} z = \sqrt{\frac{1 - \cos. z}{2}}$;

$\cos. \frac{1}{2} z = \sqrt{\frac{1 + \cos. z}{2}}$. §. 5.

6) Wenn z und v zwey spitze Winkel bedeuten, die zusammen genommen kleiner sind als Ein rechter Winkel

$\sin. (z + v) = \sin. z . \cos. v + \sin. v. \cos. z$

$\cos. (z + v) = \cos. z . \cos. v - \sin. z . \sin. v$, §. 6.

7) $\sin. 2 z = 2 \sin. z . \cos. z$

$\cos. 2 z = \cos. z^2 - \sin. z^2$, §. 7.

8) $\cos. \frac{1}{8} R = 0, 980785280403 \ldots$

$\cos. \frac{1}{16} R = 0, 995184726672 \ldots$

$\cos. \frac{1}{32} R = 0, 998795456205 \ldots$

etc.

$\frac{1}{8192} R : 1' = 0,000191747503 \ldots : \sin. 1'$

etc. §. 8.

9) $\cos. 2' = (\cos. 1')^2 - (\sin. 1')^2$; $\sin. 2' = 2 \sin. 1' . \cos. 1'$

$\sin. 3' = \sin. 2' . \cos. 1' + \sin. 1' \cos. 2'$;

$\cos. 3' = \cos. 2' \cos. 1' - \sin. 2' . \sin. 1'$

etc. §. 9.

10) Es ist Fig. 6.

$AC : BC = \sin. z : 1$, und

$AB : BC = \cos. z : 1$, §. 13.

11) $\text{tang. } z = \frac{\text{sin. } z}{\text{cos. } z}$; $\text{sec. } z = \frac{1}{\text{cos. } z}$;

$\text{cot. } z = \frac{\text{cos. } z}{\text{sin. } z}$; $\text{cosec. } z = \frac{1}{\text{sin. } z}$. §. 14.

12) Was den Quersinus betrift, so versteht man darunter die Differenz zwischen dem Cosinus und 1, und es ist daher allemal

$\text{s.v. } z = 1 - \text{cos. } z.$

§. 26.

Man beschreibe, Fig. 13, um das bey A rechtwinklige Dreyeck ABC aus C mit BC einen Kreis, setze EC senkrecht auf AC, ziehe BF der AC parallel, und verlängere BA bis nach G. Alsdann ist

$AG = AB$, folglich $AB = \frac{1}{2} AG$, und

$BF = AC.$

Da also BG eine Sehne, oder eine in einem Kreise beschriebene gerade Linie, lateinisch inscripta, und AB die Hälfte dieser Sehne, lateinisch semissis inscriptae, ist: so kann man es den Sprachforschern überlassen, zu bestimmen, ob die Benennung Sinus das bekannte lateinische Wort sey, oder ob die Mathematiker dasselbe aus der Abkürzung S. ins, d. h. semissis inscriptae gebildet haben? Auf ähnliche Art ist

BF = sin. y = cos. z, weil z + y = R, oder y das Complement von z ist, und da BF = AC, so hat man auch in AC den Cosinus von z.

§. 27.

Nun sey Fig. 14. abermals BAC = R = ACE; desgleichen AC = EC; und endlich auch DEC = R. Alsdann ist für AC = EC = 1,

BA = tang. z; BC = sec. z

DE = tang. y; DC = sec. y;

oder, da z + y = R,

DE = cot. z; DC = cosec. z.

Auf diese Art fällt der Grund der Benennungen der bisher betrachteten trigonometrischen Linien deutlich in die Augen.

§. 28.

Nun sey Fig. 15. BAC = GDC = BFC = HEC = R; DC = BC = EC = 1, und BCA = z. So ist

BA = FC = sin. z; AC = BF = cos. z;

GD = tang. z; GC = sec. z;

HE = cot. z; HC = cosec. z.

Ferner hat man, weil △ GDC bey D rechtwinkligt ist,

$$\text{sec. } z^2 = 1 + \text{tang. } z^2,$$

und weil △HEC bey E rechtwinklig ist

$$\text{cosec. } z^2 = 1 + \text{cot. } z^2$$

und aus §. 1. ist bereits bekannt

$$1 = \text{sin. } z^2 + \text{cos. } z^2.$$

Weiter ist

$$\triangle ABC \backsim \triangle DGC \backsim \triangle HEC,$$

und da $\triangle ABC = \triangle FCB$ ist, so kann man, wenn es bequemer ist, dieses statt jenes brauchen. Also hat man

1. $\triangle ABC \backsim \triangle DGC$
2. $\triangle BFC \backsim \triangle HEC$
3. $\triangle ABC \backsim \triangle HEC.$

Das erste Paar von diesen ähnlichen Dreyecken giebt folgende Proportionen:

a) $\text{sin. } z : \text{cos. } z = \text{tang. } z : 1$

b) $\text{sin. } z : 1 = \text{tang. } z : \text{sec. } z$

c) $\text{cos. } z : 1 = 1 : \text{sec. } z.$

Und nun folgt ferner

$$\left.\begin{aligned} \text{sin. } z &= \text{tang. } z \, . \, \text{cos. } z \\ \text{cos. } z &= \frac{\text{sin. } z}{\text{tang. } z} \\ \text{tang. } z &= \frac{\text{sin. } z}{\text{cos. } z} \\ 1 &= \frac{\text{tang. } z. \text{ cos. } z}{\text{sin. } z} \end{aligned}\right\} \text{aus a.)}$$

$$\left.\begin{aligned} \sin. z &= \frac{\text{tang. } z}{\text{sec. } z} \\ 1 &= \frac{\sin. z . \text{sec. } z}{\text{tang. } z} \\ \text{tang. } z &= \sin. z. \text{ sec. } z \\ \text{sec. } z &= \frac{\text{tang. } z}{\sin. z} \end{aligned}\right\} \text{aus b)}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos. z &= \frac{1}{\text{sec. } z} \\ 1 &= \cos. z . \text{sec. } z \\ \text{sec. } z &= \frac{1}{\cos. z} \end{aligned}\right\} \text{aus c.)}$$

Auf ähnliche Art lassen sich auch die beyden andern Paare behandeln, und so außer den hier mitgetheilten noch mehrere Bestimmungen der trigonometrischen Linien auseinander finden.

III. Nachrichten.

Plan meiner Lehrer-Beschäftigungen im Berlinischen Gymnasium, im Schuljahre 17$\frac{90}{91}$; dem Kön. Oberconsistorial-Rathe und Director des Gymnasiums, Herrn Büsching Hochwürden zur Prüfung vorgelegt und von demselben genehmigt.

Hochwürdiger Herr!
Besonders Hochzuverehrender Herr Ober-Consistorialrath!

Ich bezog die Akademie mit dem Vorsatze, vor meinem dreyßigsten Jahre kein öffentliches Amt zu übernehmen, und die Vorsehung hat es so gefügt, daß ich nur wenige Tage früher in Berlin ankam, um meinen jetzigen, ohne mein Gesuch, auf Ihre Empfehlung, von den Verehrungswürdigsten Patronen unsers Gymnasiums mir ertheilten Posten anzutreten. Eben so hatte ich von dem Augenblicke an, da ich nach gelesener Probe meiner jetzigen Stelle nicht unwerth er-

klärt wurde, den Wunsch, auf ihr alle meine übrige Vorbereitungszeit zu der würdigsten aller Vocationen, wie Sie in Ihrem diesjährigen Programm das Hinsinken der Hülle unsers Körpers mit voller Wahrheit nennen, zuzubringen; und so weit ein Wunsch bey gänzlicher Ergebung in die Wege der Vorsehung in Vorsatz übergehen kann, sind alle meine bisherige Lagen so beschaffen gewesen, daß der beschriebene einen unveränderlichen Entschluß erzeugt hat. Man stehe auf was für einen Posten man wolle, so bringt man beym Antritte desselben das Wenigste von dem mit, was erforderlich ist, um ihm ganz ein Genüge zu leisten; und nur dann darf man sich dessen nicht unwerth achten, wenn man den festen Vorsatz fühlt, alle Gelegenheiten zu seiner weitern Ausbildung gewissenhaft und treu zu benutzen. Das Amt eines Jugendlehrers ist ein wichtiges Amt, vorzüglich, wenn die ihm anvertrauten Jünglinge dereinst als Männer, nicht zur Befriedigung der niedern Bedürfnisse einzelner Personen beyzutragen, sond rn das Wohl der Gesellschaft unt r den Menschen zu befördern bestimmt sind. Es giebt eine doppelte Gattung der Lehrer, welche sie leiten sollen. Die eine

richtet ihre Absicht vorzüglich auf die Erweckung, Uebung und Verstärkung der Geisteskräfte; die andere führt zu den Schätzen der Erkenntniß, welche durch den Gebrauch erworbener Fertigkeiten erlangt werden. Es wäre ein schädlicher Streit, wenn der, welcher Werkzeuge verfertiget, mit dem Künstler, der dadurch Kunstwerke hervorbringt, um den Vorzug streiten wollte; nur der Vereinigung ihrer Talente haben beyde ihre Nützlichkeit und ihren Werth zu danken. Die Wissenschaft, zu welcher ich in meinem Amte die mir anvertraute Jugend leiten soll, ist, schon nach Plato's Urtheile,, von der Art, daß ich mich stets zu der Classe der vorbereitenden Lehrer habe rechnen müssen *). Ich

*) Plato's Urtheil über die Mathematik ist bekannt, und folgt nach einigen Zeiten. Meine Gedanken über den Werth dieser Wissenschaft und über ihren Gebrauch in Schulen sind folgende. Das Studium der Mathematik kann die edelsten Dinge für den Geist des Menschen, Wahrheit und Gewißheit, früh dem Jünglinge zum Bedürfnisse machen; es kann die Anlagen, womit ihn der Schöpfer begabt hat, früh zu Fertigkeiten erheben, durch deren Gebrauch er dieses Bedürfniß, und zwar so zu befriedigen im Stande ist, daß er da-

habe dieses in meinem jetzigen Amte von Anfang an gethan; habe freylich eben deswegen das geringe Maß meiner Kräfte weit stärker empfunden, als es vielleicht irgend ein anderer, an meinen Platz gestellt, gefühlt hätte; bin mir außer den Fehltritten, die von andern bemerkt werden konnten, einer größern Menge solcher bewußt, die unbemerkt geblieben sind; und habe mit Schwierigkeiten zu kämpfen gehabt, davon ein guter Theil mir anfänglich unüberwindlich schien. Aber Plato's Ausspruch: *Das Studium der Mathematik reinige und belebe das Organ*

der

durch zu neuer Thätigkeit gereizt wird; es kann ihn früh mit den Wegen bekannt machen, welche er überall gehen muß, wenn er sich wahre, d. h. durch eigenen Gebrauch seiner Denkkräfte erworbene, Kenntnisse auf die Art verschaffen will, daß ihm selbst die dabey nöthige Anstrengung eine Quelle des Vergnügens werde. Wenn nur diejenige Speise dem Körper Nahrung wird, welche der Magen verdauen kann: so ist nach der Milch, welche die Natur durch die Sinne einflößt, die Mathematik die erste wirkliche Nahrung des jugendlichen Geistes, weil er, gut geführt, darin vom Anfang an nichts zu lernen braucht, was er nicht ganz lernen könnte. Wenn wir bey Kindern

erst

der Seele, war mir zu wahr, als daß mein Gefühl, meine Fehltritte, und die Größe der Schwierigkeiten, welche sich mir in den Weg stellten, zu etwas anderm als zu desto größerer Anstrengung meiner Kräfte hätte bewegen können. Und dann schien mir eben dieser Ausspruch, außer dem Fingerzeige nach dem Ziele, auch die Quelle anzuzeigen, aus welcher Kraft, das Ziel zu erreichen, geschöpft werden könnte. Auf diese Art habe ich mich Jahrelang bey unverwandtem Blicke auf meine Bestimmung, zu ihrer Erfüllung immer mehr und mehr in Stand zu

erst alle Theile ihres Körpers zu der erforderlichen Größe und Stärke gelangen lassen, ehe wir einzelnen Gliedern besondere Fertigkeiten anzuüben suchen: warum sollten wir nicht, wenn wir sie einzelnen Wissenschaften bestimmen, zuvor alle ihre Seelenkräfte zu der eben so nothwendigen Stärke erheben? Bey dem Körper leitet uns die Natur; bey der Seele sollen wir, durch Vernunft geleitet, selbstthätig uns beweisen. Eine erhabene Bestimmung! aber ist es nicht auch Pflicht, bey der Größe und Wichtigkeit derselben vorzüglich das Mittel zu brauchen, wodurch wir am allerersten und sichersten ihr ein Genüge zu leisten vermögen.

setzen gesucht, und dabey erfahren, daß geringe Kräfte kein Recht zu weniger Arbeit geben, daß Fehltritte, redlich benutzt, vor künftigen größern Verirrungen bewahren und auf den rechten Weg leiten, und daß Schwierigkeiten, durch standhaftes Beharren überwunden, zu der Würze des menschlichen Vergnügens gehören. Jetzt glaube ich, so viel an mir gearbeitet zu haben, um mit bescheidener Dreistigkeit sagen zu können:

Ich darf von nun an mit einiger Zuversicht nach meinem Ziele hinblicken *); ich

*) Ich halte es nemlich aus Gründen, die ich nach und nach gelegentlich mittheilen werde, für möglich: das Studium der Mathematik so einzurichten, daß diejenigen, welche die Fähigkeiten besitzen, die zur Erlernung der Wissenschaften überhaupt erfordert zu werden pflegen, in dem Zeitraume von ihrem zehnten bis zum sechszehnten Jahre, bey zwey Stunden wöchentlich dem Unterrichte, und so viel zu eigenen Arbeiten bestimmt, als auf zwey Stunden Unterweisung in andern Wissenschaften Niemanden zu viel scheinen, dasselbe so weit vollenden können, als nöthig ist, um entweder, wenn sie sich ganz der theoretischen, reinen und angewandten Mathematik widmen wollen, weiter keines Führers zu bedürfen, oder,

sehe deutlich einen Theil des Weges, der zu demselben führt; es zeigt sich mir das erstere in herzerhebender Wichtigkeit, und dieser eben und mit Blumen geschmückt: ich will ihn also öffentlich betreten, mit dem Vorsatze, willig zu folgen, wenn Erfahrung und Nachdenken, oder ein weiserer Freund mich eines bessern belehrt.

Durch Sie, Verehrungswürdigster Gönner! hat mich die Vorsehung auf meinen jetzigen Posten gestellt, denn Sie haben mich dazu vorgeschla-

wenn sie sich andern Wissenschaften bestimmen, daraus am Ende des gedachten Zeitraums bereits alle ihnen nöthige Denkfertigkeiten gezogen zu haben, oder endlich, wenn die praktische Anwendung der mathematischen Wissenschaften ihr Ziel ist, auch dazu vollkommen vorbereitet zu seyn. Wer meine Gedanken über den gegenwärtigen Zustand der Mathematik und über die Art, die Vollkommenheit und Brauchbarkeit derselben zu vergrößern, gelesen hat, und den Umfang der vorstehenden Behauptung darnach sich vorstellt, wird mir zugeben, daß ein Versuch, der die gedachte Möglichkeit ganz außer allem Zweifel setzte, eine Sache sey, zu der viele und ernstliche Vorbereitungen nöthig waren.

gen und empfohlen. Es ist daher meine Pflicht, Ihnen vor allen andern meinen Entschluß vorzulegen. In meinem Amte, und durch das Angenehme desselben angetrieben, habe ich mir, was ich etwa von Fertigkeiten besitze, dem größten Theile nach erworben. Ihm bin ich daher auch vorzüglich die etwanigen Früchte davon schuldig. Hier ist mein Plan; prüfen, ergänzen, verbessern Sie ihn; meine größte Sorge soll künftig seyn, denselben, so viel in meinen Kräften stehen wird, auszuführen.

Ich habe wöchentlich in der dritten Classe zwey, in der zweyten fünf, und in der ersten sieben Stunden. Die beyden Stunden in der dritten Classe sind auch bisher schon der Mathematik gewidmet gewesen, und müssen es ferner bleiben. Allein in der zweyten und ersten Classe habe ich statt vier bis jetzt dieser Wissenschaft bestimmten Stunden künftig nur drey nöthig, um durch einen öffentlich gemachten Versuch zu beweisen, daß die Behauptung der zunächst vorhergehenden Citation keine bloße Eingebung der Imagination sey. Der Gegenstand meiner Beschäftigungen würde seyn

1. in der dritten Classe, die ersten Anfangsgründe der Elementar-Geometrie und Arithmetik, und Vorbereitung zur Erlernung der allgemeinen Größen-Lehre;
2. in der zweyten, Fortsetzung und Vollendung der Elementar-Mathematik, Anfangsgründe der allgemeinen, bestimmten und unbestimmten, Mathematik, und Vorbereitung zur Erlernung der höhern Mathematik;
3. in der ersten Classe, zehn Monate jährlich, in einer Stunde Fortsetzung und Vollendung der allgemeinen Mathematik und Anfangsgründe der höhern; in den beyden übrigen Stunden, angewandte Mathematik, so vollständig, als sie nach der Kenner Urtheil irgend auf Schulen gehört: in den letzten beyden Monaten aber, mathematische Methode, und die Art, wie man bey Erlernung der übrigen Wissenschaften die Früchte des auf die Mathematik verwandten Fleißes erndten könne.

Mein Verfahren hierbey kann ich nicht beschreiben, wohl aber die Quelle nachweisen, aus der ich die Regeln nehme, welche ich befolge.

Sie befindet sich in Hrn. Prof. Eberhards allgemeinen Theorie des Denkens und Empfindens, S. 230, 231, und ist folgende. „Die Entwickelung des Genies folgt denselbigen Regeln, denen der menschliche Geist in der Entwickelung seiner Kräfte überhaupt folgt. Diese Entwickelung fängt sich von den Empfindungen an, und geht von da zu den Gedanken fort. Dieses unveränderliche Gesetz seines Fortschreitens giebt uns den Weg an die Hand, den wir in seiner Bildung gehen müssen. Schon das Wort Entwickelung giebt es zu erkennen, was wir dabey zu thun haben. Da die Gedanken in den Empfindungen eingewickelt liegen, so müssen wir eine gewisse Art der Empfindung so oft erneuern, und die verschiedenen Gegenstände so oft vor die Sinne bringen, daß die Aufmerksamkeit von sich selbst ein Merkmal nach dem andern abtrennt, sie unter einander vergleicht, und so den abstracten Satz, den er zuerst mittelbar in der Empfindung dachte, nun abgesondert und deutlich denkt". Wenn man sich durch lange und ernstliche Uebung in den Stand gesetzt hat, aus dieser Quelle zu schöpfen: so hat man nicht nöthig,

daraus erst Bäche abzuleiten; und wenn ihre Lauterkeit, ihre Vortreflichkeit eines Beweises bedürfte, so könnte man sich darauf berufen, daß man dabey gezwungen ist, anfänglich langsam und dann immer schneller und schneller zu gehen; und daß dadurch nicht nur die Ordnung der zu betrachtenden Gegenstände überhaupt, sondern selbst das, was bey einem einzelnen öfter vorkommenden Gegenstande jedesmal zu betrachten ist, bestimmt wird. Auch ist man dadurch vor dem Fehler gesichert, entweder zu harte, oder durch das Wasser, wodurch man sie erweichen wollte, unkräftig gemachte Nahrungsmittel vorzusetzen. Was den Endzweck betrifft, welchen ich mir vorgesetzt habe: so kann ich denselben auch auf folgende Art beschreiben: Ich wünsche, so weit es durch das Studium der Mathematik möglich ist, Gesellen zu ziehen, aus welchen die Lehrer auf Universitäten Meister zu bilden im Stande wären.

Nun sind mir von den als Lehrer der Mathematik und Physik zugetheilten Stunden in der zweyten Classe noch zwey, und in der ersten viere übrig. Die in der zweyten Classe könnte ich in der ersten Hälfte eines jeden Cursus unab-

änderlich Vorbereitungen zur Erlernung der Physik, und in der andern Hälfte wechselsweise der mathematischen Erdbeschreibung und einer Anleitung zum eigenen Studium der Natur widmen, um auf diese Art weder zu früh noch zu spät Gelegenheit zu haben, mit der prakti- schen Anwendung der Mathematik oder mit ihrem Gebrauche bey wirklichen Dingen so weit bekannt zu machen, als es in Schuleu geschehen muß. Von den gedachten vier Stunden in der ersten Classe können ebenfalls zwey mit Nutzen zu Betrachtungen wichtiger Gegenstände aus der Physik, und zwey zur Geschichte der Mathe- matik und Physik angewandt werden.

Zu den architectonischen Wissenschaften er- halten auf diese Art unsere Jünglinge keine An- leitung, und ich denke, mit Recht, weil die ar- chitectonischen Wissenschaften keinen Theil der angewandten Mathematik, wozu bloß die stati- schen und mechanischen, ferner die optischen und astronomischen Wissenschaften gehören, aus- machen, sondern vielmehr die ganze reine und angewandte Mathematik dazu bloß Hülfswissen- schaft ist. Sollte indeß der Fall entstehen, daß nur sechs unserer Gymnasiasten aus den beyden

obern Classen die Zeichnungen lernen wollten, deren magere Theorie öfters unter dem Namen, Anfangsgründe der architectonischen Wissenschaften, auf Schulen und Universitäten gelehrt wird; so bin ich erbötig, ihnen nicht nur dazu die erforderliche Unterweisung privatim und umsonst zu geben, sondern sie nebenher auch davon zu überzeugen, daß alles dies noch nicht so viel sey, als einige Fertigkeit im ABC und im Buchstabiren von der Kunst, ein gut geschriebenes Buch mit Verstande zu lesen.

Darf ich Sie nun, Verehrungswürdigster Gönner! auch um die Erlaubniß ersuchen, gegenwärtigen Plan, nach der Bestätigung von Ihrer Seite, in dem ersten Stücke meiner Beyträge zur Beförderung des Studiums der Mathematik, welches in acht Tagen erscheinen wird, abdrucken zu lassen? Ich habe nemlich diese Beyträge unter andern dazu bestimmt, die Vortheile in meinem Fache, die mir vieljährige Versuche und anhaltendes Nachdenken gekostet haben, so wie ich sie bey einem neuen Cursus brauchen werde, öffentlich mitzutheilen; theils zu meiner fernern Belehrung darüber, theils aber auch, um andern Lehrern der Mathematik an

Schulen dadurch nützlich zu werden, und einige meiner Schüler, wenn sie in dem bewiesenen Fleiße fortfahren, in Stand zu setzen, künftig da anzufangen, wo ich aufhören werde, und weiter vorwärts zu dringen. Bewilligen Sie es, daß ich Ihr Urtheil beyfügen darf, so weiß ich zum voraus, daß ich dann ein öffentliches Zeugniß Ihres Wohlwollens mehr haben werde; und wie könnte mir dieses anders als höchst schätzbar seyn?

Allein hier muß ich um derer willen, welche das Vorhergehende lesen werden, noch einiges hinzufügen. Vielleicht scheint es, als müsse ich nach meinem Plane die Grenzen überschreiten, welche dem Studium der Mathematik auf Schulen gesetzt seyn sollten. Ich frage: Fordere ich zu viel Zeit dazu? oder raube ich einen Theil derselben wichtigern Beschäftigungen? und überschreitet man die gesetzten Schranken, wenn man in der eingeräumten Zeit so viel zu wirken sucht, als nach der Natur der Sache möglich ist? Vielleicht befürchtet man, ich werde die mir anvertraute Jugend zu sehr anstrengen. Ich verspreche auf Jugendlehrer Wort: daß es den besten unter denen, welche die zum Studiren

überhaupt erforderlichen Fähigkeiten besitzen, zwar Aufmerksamkeit und Nachdenken, aber keine Anstrengung kosten; daß den mittlern, in Ansehung der Seelenkräfte, die von ihnen zu beweisende Anstrengung mit Vergnügen verbunden seyn, und denen, die nach ihnen folgen, die von ihnen geforderte, aber auch möglich gemachte Spannung ihres Geistes heilsam werden soll. Vielleicht sagt man: es werde von Seiten des Lehrers zu viel dazu erfordert. Dies wäre nur dann wahr, wenn durch eigenes Nachdenken erworbene, deutliche Kenntnisse von dem, was man lehren soll, und lebhaftes wirksames Gefühl von der Wichtigkeit des Berufs, Jünglinge zur Erkenntniß der Wahrheit vorzubereiten, von einem Jugendlehrer zu verlangen zu viel wäre. Vielleicht behauptet noch jetzt mancher, was sonst nicht selten war, die Mathematik sey die schwerste unter allen Wissenschaften, wenn man darin über die ersten Elemente hinausgehen wolle. Sollten diese Recht haben, so hätte Herr Kant unter allen am unwissendsten über die Mathematik geurtheilt; so wäre Euclides kleiner, als jeder Urheber unvollkommner Anfangsgründe der allgemeinen Mathematik. Endlich scheint viel-

leicht einigen auch die Mathematik nicht zu verdienen, daß jeder Studirende sich darin mehr als oberflächliche Kenntnisse erwerbe. Für diese will ich hierunter die Anmerkung hersetzen, womit ich die Zusätze zu der Vorrede Eulers zu seiner Differenzial-Rechnung beschlossen habe *)

Hier endige ich mit dem herzlichen Wunsche, daß die Vorsehung Sie, Verehrungswürdigster

*) Die Gegenstände der Elementar-Mathematik sind die mathematische Sinnenwelt; in der allgemeinen, bestimmten und unbestimmten Mathematik wandert man in den Regionen der Abstraction und des Gedenkbaren; in der höhern weidet man seinen Blick in den Sphären des Transcendenten. Die Mathematik kann bey dem grenzenlosen Raume, den wir zuerst in einer totalen Anschauung wahrnehmen, anfangen, und bey Elementen, im strengsten Sinne genommen, aufhören; so lange sie dieses nicht thut, und zwar in der Ordnung, daß jeder folgende Schritt dem, der den vorhergehenden mit Festigkeit gethan hat, eben so leicht als jeder vorhergehende ist, so lange ist sie, was auch unsere Kenntnisse darin immer für einen Umfang haben mögen, ein Geschenk des Zufalls, nicht unser Werk, kein durch eigenes Streben erworbenes Eigenthum. Wie kann sie es werden? Irrdische Bedürfnisse zwan-

Gönner, mir und unserm Gymnasium noch lange erhalte. Stets habe ich Sie als meinen

gen die Menschen, die Keime der Mathematik früher, als die, irgend einer andern Wissenschaft, zu sammlen und zu pflegen. Das war Veranstaltung dessen, der alles mit Vater-Gesinnung so ordnete, daß wir im Schweiße des Angesichts unser Brod essen sollten, aber nicht länger, als bis wir wieder zu Erde würden; oder wenn man lieber Worte eines Dichters lieset, Veranstaltung dessen, der

— — — curis acuens mortalia corda
Non torpere gravi passus sua regna veterno.
VIRG.

Man ziehe die Geschichte dieser Wissenschaft zu Rathe, und frage sie: Welchen Ursachen die Mathematik ihre wichtigsten Erweiterungen und Vervollkommnungen, insbesondere was für Ursachen sie die Vorzüge verdanke, wodurch sie sich über alle übrige Disciplinen erhebt? Man wird finden, daß es das edlere Bedürfniß war, die Bestimmung zu erfüllen, welche Ovid so schön in folgender Stelle beschreibt:

Pronaque cum spectent animalia cetera terram
Os homini sublime dedit (opifex rerum): coelumque tueri
Jussit, et erectos ad sidera tollere vultus.

Vorgesetzten verehrt, Sie mich nie anders als einen Freund behandelt. Es ist das Höchste,

wird finden, daß der Mensch durch die Erfüllung dieser erhabenen Bestimmung zugleich seine irrdischen Bedürfnisse veredeln, und, nach ihrer Veredlung, auf würdigen Wegen befriedigen lernte. Also ist die Mathematik eine Wissenschaft, zu welcher uns der Schöpfer selbst durch die Natur geleitet, und zu den ersten Entdeckungen darin, durch weise Anordnungen, gezwungen hat. Dies sey der erste Sporn, sie unserer ganzen Aufmerksamkeit werth zu achten. Aber nun betrachte man auch die übrigen Geschenke, welche die gütige Hand des Vaters der Menschen so reichlich um uns hergelegt hat, und lerne bey denen, welche wir ganz kennen, die Art, mit welcher er schenkt. Wo ist etwas, was wir nicht bloß betrachten, sondern brauchen sollen, in einer solchen Vollkommenheit von ihm uns gegeben, daß unsere Wirksamkeit ruhen, und allein die Begierde zu genießen sich thätig beweisen dürfte? Aber auch darauf schränkt sich sein Vaterwille nicht ein, daß wir aus dargegebenem Stoffe nach seinem Muster schaffen sollen; es giebt noch ein erhabeneres Glück, zu dessen Genusse er uns bestimmt hat: unabhängig von dem, was außer uns ist, aus uns selbst Kenntniß zu schöpfen, in unserer Seele zu lesen die Schrift, die er ihr, mit unauslöschli-

was der menschliche Geist sich wünschen kann: Gott und unserm Herrn näher die Wahrheit rein

chen aber leserlichen Buchstaben, wenn der Staub abgewischt ist, eingrub; in uns selbst zu entdecken die Quelle der Wahrheit, in deren Anblicke wir nach dem Tode Seligkeit schmecken, und hier Ueberzeugung einer ewigen Fortdauer finden sollen. Ob Raum und Zeit reine Anschauungen im strengen Verstande seyen oder nicht? läßt der Mathematiker unentschieden, denn er hasset Streit; genug, daß sie Anschauungen sind, die er, bey gebildeten Seelenkräften, unabhängig von aller Erfahrung entwickeln, und dann zu seinen Kenntnissen, auch ungebildete aber Wißbegierige, ohne sich auf Erfahrungen zu berufen, hinleiten kann. So weit uns reine Vernunftwissenschaft zu erlangen möglich ist, können wir sie lediglich, durch und in einer vervollkommneten Mathematik und Philosophie, d. h. durch und in einer solchen Mathematik und Philosophie erlangen, wovon die Quellen in uns selbst liegen; und darum sind diese Wissenschaften auch allein die Mittel, wodurch wir die uns hier mögliche Vorbereitung zu jener erhabenen Bestimmung vollenden können. Auch den Anfang zur Erreichung dieser Bestimmung können wir hier machen: durch herzliche Annehmung und Befolgung der Religion, davon Jesus uns die Elemente gegeben hat; deren vollkommne

erblicken, und darin Seligkeit schmecken. Aber erlebe ich, daß Sie uns verlassen, so werden
Thrä-

Kenntniß und Ausübung uns einst den Zustand einer vollkommnen, ewig dauernden, und ewig wachsenden Glückseligkeit verschaffen soll; und die, damit Gott auch für die unmündigen sorgte, in den Vorschriften: Liebe deinen Nächsten als dich selbst; und: Was du nicht willst, das dir die Leute thun sollen, das thue ihnen auch nicht; mehr Weisheit des Lebens lehrt: als Chrysippus und Crantor. Dies lehre uns, nicht zu glauben, daß wir bereits auf der höchsten Stuffe stehen; dies reize unsere Strebsamkeit, selbst bey der Unmöglichkeit das Ziel ganz zu erreichen, doch redlich demselben entgegen zu eilen. Endlich sey die unerreichbare Simplicität und Leichtigkeit der über alle menschliche Wissenschaften erhabenen göttlichen Religion Jesu, nach der Art, wie wir uns ihr nähern, der Probierstein, auf welchem wir dasjenige untersuchen, was wir geleistet haben. Es ist angenehm, die Wahrheit erblicken, auch wenn wir dazu Werkzeuge gebrauchen, die nur wir besitzen, und andern bloß leihen können; aber es ist Freude, wenn wir das, was wir mit Entzücken sehen, auch eben so leicht jedem, der es sehen will, vor Augen zu legen im Stande sind. Und wenn alles, was den Namen, reine Vernunft-

Thränen mein Auge netzen, wie ich sie bey der Nachricht vom Tode meines Vaters weinte.

Berlin, den 3ten April 1790.

J. A. C. Michelsen.

nunftwissenschaft, mit Recht trägt, bey aller seiner Wichtigkeit und Vortreflichkeit doch am Ende bloß Mittel ist, das Organ unserer Seele zu reinigen, zu beleben, und zu stärken; wenn alle reine Kenntnisse eigentlich nur unsere Führerinnen bey dem Streben nach reeller Wahrheit seyn sollen: Was helfen Maschinen, zu deren Gebrauche neue Maschinen erfordert werden? Was sollen Wegweiser, die selbst eines Führers bedürfen? Insbesondere sey denen, welchen die erste Anleitung der Jugend zu den reinen Vernunftwissenschaften anvertraut ist, stets das vor Augen, daß sie die Erfüllung ihres wichtigen Berufs lediglich nach dem Grade der Aufmerksamkeit, den ihre Schüler beweisen, nach der Anstrengung, welche sie mit Vergnügen übernehmen, nach der Leichtigkeit und Schnelligkeit, mit welcher sie das Wahrgenommene fassen, nach den Proben der Wißbegierde, welche sie durch Fragen und Einwürfe geben, und endlich darnach beurtheilen müssen, ob sich ihre Schüler des Erlernten um sein selbst willen freuen. Es ist wahr, daß dieses strenge Regeln sind, aber sie sind nicht zu strenge für den Jugendlehrer in

Mein theuerster Herr College!

Was der denkwürdige Inspector George Sarganeck dem Pädagogium zu Glaucha bey Halle war, das, und weit ein mehreres, sind Sie unserm vereinigten Berlinischen und Cöllnischen Gymnasium; ganz für die Mathematik gemacht, ganz zu einem vorzüglichen Lehrer dieser herrlichen Wissenschaft geschaffen. Welche Freude für mich, Sie zum Collegen zu haben! Einem Manne von Ihrer ausgebreiteten und gründlichen Erkenntniß, und von Ihrer bewährten Rechtschaffenheit, kann man die Verwaltung seines Lehramts nach eigner Einsicht getrost

den Wissenschaften, von welchen ich rede. Ich gebe es zu, daß zu ihrer Erfüllung nöthig sey, daß man an seiner Berufsarbeit selbst Vergnügen finde; aber welcher Lehrer der Jugend kann das nicht, wenn er sie mit Redlichkeit thut? Es gehört dazu Nachdenken nnd Uebung, und Vergessen seiner selbst über dem Ziele, nach welchem man hinstrebt; aber man kann dabey schon als Mann die Wahrheit des Ciceronianischen Ausspruchs erfahren: Quid jucundius, quid dulcius senectute, stipata studiis juventutis? Man muß dabey oft auf Ruhm Verzicht thun; aber man darf hoffen, einst Gelegenheit zur Erinnerung an die Worte zu geben: Serit arbores posteritati profuturas.

überlassen; und also schicke ich Ihnen Ihren Plan zur Anwendung Ihrer Lehrstunden in dem nächsten Schuljahre, mit völligem Beyfall zurück. Gott stärke Ihre Gesundheit, damit Sie Sich um unser Gymnasium, so wie es bisher geschehen ist, noch viele Jahre verdient machen können. Berlin, am vierten April 1790.

Büsching.

Einleitung
in die vom zweyten Stücke an für den gegenwärtigen Ort bestimmten Anzeigen der neuesten mathematischen Schriften.

Man sagt bisweilen: Jedes Ding habe zwey Seiten; und übt dieses Sprichwort im gemeinen Leben nicht selten mit Uebertretung der Regel aus, nach welcher jedes Ding von seiner vorzüglichsten, und, wenn ich so sagen darf, größten Seite den Namen bekommen soll. Allein die meisten Dinge haben mehr als zwey Seiten, und es ist etwas sehr bekanntes, daß sich die Prädikate, welche man den Dingen beyzulegen hat, nach den Seiten richten, von welchen man sie betrachtet. Es habe ein Ding nicht mehr als zwey Seiten. In so fern dieselben von einander verschieden sind, giebt jede einen, und beyde, zusammen genommen, ebenfalls einen Gesichtspunkt an die Hand, aus welchem man das Ding untersuchen und bestim-

men kann. Hat etwas drey verschiedene Seiten, so giebt jede, besonders genommen, einen, je zwey und zwey, zusammengefaßt, ebenfalls einen, und alle drey mit einander noch einen Gesichtspunkt. Auf diese Weise läßt sich von einem Gegenstande, der zwey Seiten hat, auf dreyerley, von dem, der drey Seiten hat, auf siebenerley, von dem, der viere hat, auf funfzehnerley, von dem, der fünfe hat, auf ein und dreyßigerley Art reden, und so weiter. Zu dem, was so ein Gegenstand an sich hergiebt, kann aber auch die Absicht und die Beschaffenheit des Untersuchers kommen; und so wie dadurch die angeführten Mengen bisweilen sehr große Einschränkungen leiden, so werden sie auch, und dies noch weit öfterer, eben dadurch bis ins Unübersehbare vergrößert. Es habe ein Gegenstand so viele und so verschiedene Seiten als er wolle, so müssen gleichwohl die Vorstellungen davon bey mehrern Beobachtern, vorausgesetzt daß sie ihn mit gleicher Beschaffenheit und in eben der Absicht und von eben den Seiten betrachten, und so lange sie dieses thun, dieselben seyn, oder wir leben nicht, sondern taumeln nur; allein da die angeführten Bedingungen

schwerlich je zusammentreffen, so ist auch volle Uebereinstimmung der Vorstellungen mehrerer Menschen schwerlich bey irgend einem Gegenstande möglich. Diese Behauptung ist indeß sehr verschieden von der, daß wir von keiner Sache gewisser und beständiger Kenntnisse fähig seyen. Wenn wir aus der Seiten bewußt sind, von welchen wir die Dinge betrachten; wenn wir unsere eigene Beschaffenheit und unsere Absichten kennen: so sind gewisse und beständige Kenntnisse so wenig etwas, was wir nicht zu erlangen vermögten, daß vielmehr der Grund aller Ungewißheit und Veränderlichkeit unserer Vorstellungen lediglich in dem Mangel des gedachten Bewußtseyns zu suchen ist. Es sey irgend etwas von dem, was auf unsere Vorstellungen von einem Gegenstande Einfluß hat, unbestimmt: so liegt in dem Gesagten ein Mittel, jeder Behauptung davon, und nicht selten geradezu, zu widersprechen, und seinen Widerspruch mit Gründen zu belegen. Es kenne jemand dieses Mittel und die Quelle desselben nicht: so ist nichts leichter, als ihn irre zu führen, und bey ihm in den Verdacht des Skepticismus zu kommen. Er kenne es: so wird der Wider-

spruch gegen das, was er behauptet, ihn darauf hinweisen, daß er sich nicht bestimmt genug erklärt habe, und ihn dadurch antreiben, sowohl seinen eigenen Standpunkt, als den seines Widersprechers ins Auge zu fassen. Es sey letzterer mit allen Seiten des Gegenstandes der Unterredung bekannt, und besitze dabey die erforderliche Menschenkenntniß: so kann er, ohne seine eigene Meinung im geringsten zu entdecken, bloß durch fortgesetztes Bezweifeln des Vorgebrachten, jenen dahin bringen, daß er alle Seiten und alle Umstände, worauf bey dem gedachten Gegenstande gesehen werden kann, wahrnehme, und ihn, wenn er anders die Fähigkeit besitzt, die Wahrheit zu fassen, zu derselben hinleiten, ohne sie zu sagen, und Gewißheit möglich machen, ohne selbst zu entscheiden. Socrates verstand diese Kunst, und vielleicht war es wegen der Ausübung derselben, daß Cicero den Akademikern den Lobspruch ertheilte: Se oratorem non ex rhetorum officinis, sed ex Academiae spatiis exstitisse *). So groß aber

*) Er habe seine Beredsamkeit nicht den armseligen, mühsamen Unterweisungen der Rhetoren, sondern den anziehenden freyen Unterredungen der akademischen Philosophen zu verdanken.

auch der Nutzen solcher Unterredungen seyn kann, wobey diese Kunst ausgeübt wird: so ist derselbe doch nur dann ganz möglich, wenn diese Unterredungen wirklich gehalten werden; bey schriftlichen Erklärungen über Gegenstände ist es bald besser, bald sicherer, den stattfindenden Gesichtspunkt, und was sonst noch etwa nöthig ist, möglichst deutlich und bestimmt anzugeben, und darauf offenherzig und aufrichtig zu sagen, was man glaube.

Wozu dieses hier?

Wenn ein Schriftsteller seine Gedanken über einen Gegenstand dem Publikum mittheilt, so kann man diesen Schritt als einen Beweis ansehen, daß er glaube, man müsse den Gegenstand so denken und behandeln, als Er ihn gedacht und behandelt hat. Angenommen, daß er, wie solches bey jedem denkenden Autor leicht der Fall seyn kann, in dem Standpunkte, in welchem er stand, Wahrheit und Recht ganz auf seiner Seite habe; folgt daraus, daß sie auch jedem andern ihm zur Seite erscheinen müssen? Wir selbst sind uns schon des Standpunktes, in und aus welchem wir die Dinge betrachten, nie ganz bewußt, da vieles von dem, wodurch er

bestimmt wird, so weit zurück, und unter so vielem andern liegt, daß ein deutliches Bewußtseyn davon für uns zu den Unmöglichkeiten gehört; und wie selten müssen daher die Fälle seyn, daß zwey denkende Köpfe über einen und denselben nur einigermaßen wichtigen Gegenstand durchaus auf einerley Art urtheilen. Ist dieses eine richtige und nicht viel Schlüsse erfordernde Folge aus dem, was ich vorhin gesagt habe, so ergiebt sich ferner, einmal: daß kein denkender Kopf von irgend jemand verlangen dürfe, er solle sich die Dinge mit ihm durchaus auf einerley Art vorstellen; und zweytens: daß Niemand, der auf das Unterscheidungs-Merkmahl des wahren Gelehrten, aufs Denken, Anspruch macht, irgend jemanden, dem er eben dieses Merkmahl nicht absprechen kann, und da, wo er solches nicht kann, als hinter sich zu betrachten, und nach ihm mit unedlem Stolze hinzublicken, befugt sey. Irre ich nicht, so wird ein Recensent, der dieses bey der Anzeige solcher Schriften, die von wirklichen Autoren herrühren, stets als Grundsatz vor Augen hat, eben nicht sehr in Gefahr seyn, sich vom rechten Wege zu entfernen; wird, wenn er anders denkt, den

Standpunkt angeben, aus welchem er beobachtet; den anzeigen, welchen seiner Meinung nach der Autor gehabt hat; wenn er seinen Vorstellungen den Vorzug geben will, darzuthun suchen, daß sein Standpunkt eine hellere und weiter sich erstreckende Aussicht gewähre; und das alles bloß in der Absicht, es leichter zu machen, denselben Gegenstand aus mehr als einem deutlich gekannten Gesichtspunkte zu betrachten. Wenn ihn aber so der angeführte Grundsatz auf der einen Seite alles was er sagt, einzig und allein als ein ita mihi videtur sagen läßt, und dabey stets innerhalb der Grenzen einer pflichtmäßigen Bescheidenheit erhält: so wird er ihm auch auf der andern Freymüthigkeit zum dringenden Bedürfnisse machen, weil er ohne dieselbe der Erfindung, Beförderung und Verbreitung wahrer Erkenntnisse hinderlich seyn, und sich zum Ausrufer oder gar zum Lobredner von derjenigen niedrigen Classe, die zunächst an die Classe der Schmeichler grenzt, herabsetzen würde. Oder sollte etwa dieses alles bey Anzeigen mathematischer Schriften überflüssig seyn, weil Bestimmtheit und Gewißheit ein eigenthümlicher Vorzug der Mathematik ist? Ich kann nichts

dawider einwenden, wenn man die Mathematik als eine reiche Diamantgrube betrachten will; indeß wird es gleichwohl immer noch darauf ankommen, ob derjenige, der aus ihr nimmt und sammlet, die hellern ungefärbten, oder die röthlichen und schweren Steine vorziehe; ob er die Oerter kenne, wo die größten liegen; und ob er aus den rohen Steinen Brillanten oder Rosen- oder Tafelsteine schleife; der Doubletten nicht zu gedenken, wohl aber dessen, daß auch in den reichsten Diamantgruben die schönsten Diamanten auf eisenschüssigen Quarz, oder lose in einer Erde, welche sich aderweise durch härtere Felsen zieht, gefunden werden. Wer Beyspiele davon haben will, wie auch über mathematische Wahrheiten gestritten werden könne, erinnere sich aus der Elementar-Geometrie an den Winkel des Halbkreises und seine Ergänzung zum rechten Winkel; und aus der allgemeinen Mathematik an die Theorie der Logarithmen der verneinten Zahzen *). Doch um ein Beyspiel zu geben,

*) Meine Theorie hiervon nennt der Recensent meiner Uebersetzung der Eulerischen Einleitung in die Analysis des Unendlichen, in den neuen Leipziger gelehrten Anzeigen vom Jahr 1789 in der 24sten

was mehr hieher gehört: so werde ich im nächsten Stücke den Anfang mit der Anzeige dreyer Schriften machen, die insgesammt Elementar-Geometrie enthalten, und für Anfänger geschrieben sind, nur für Anfänger verschiedener Art. Die erste Schrift ist die Geometrie für Soldaten und die es nicht sind, vom Herrn Obristlieutenant von Tempelhof; die andere Herrn Professor Busse erste Geometrie, für Kinder und Jünglinge und fürs gemeine Leben; und die dritte meine diese Messe herausgegebene Anleitung zur Selbsterlernung der Geometrie, insbesondere für diejenigen, welche dabey Euclides Elemente und Hrn. Hofr. Kästners Anfangsgründe zum Grunde legen wollen. Wenn ein Mann, wie der Hr. Obristl. von Tempelhof, von dem die Mathematik ein Recht hat, Erweiterungen ihres Gebiets zu erwarten, durch ein

Nummer, sehr befremdend und a n g e b l i c h erwiesen. Mir ist dieses Urtheil nicht befremdend, worüber ich mich zu einer andern Zeit erklären werde; ja ich muß dazu setzen, daß ich in der allgemeinen Mathematik noch manche allen denen gewiß nicht weniger befremdende Theorien liefern werde, welche einseitige und allgemeine Gesichtspunkte nicht von einander unterscheiden.

Elementarwerk Anfängern nützlich zu werden sucht, so muß das an Hrn. Kästners Urtheil über Eulern erinnern: Er lasse sich eben so geschickt zu Anfängern herab, als er Gelehrte zu unterrichten wisse. Eben so fällt mir über Hrn. Busse aus einer Recension seiner Beyträge zur Mathematik der Ausspruch ein: Es sey bekannt, daß er keine Iliade nach dem Homer zu schreiben pflege; und was mich selbst betrifft, so stehe ich gern beyden genannten Männern in vielen Rücksichten nach, hoffe aber doch auch von mir behaupten zu dürfen, daß ich nicht bloßer Ab- oder Nachschreiber sey. Wer daher die Verschiedenheit der Wege, welche in den genannten Schriften gewählt worden sind, und auch gewählt werden mußten, sich bekannt machen und überdenken will, der wird mir zugeben, daß ich bey der Anzeige der Werke solcher Schriftsteller, welche über ihren Gegenstand selbst gedacht haben, entweder gar nicht urtheilen, oder ungerecht seyn, oder nach den vorstehenden Regeln verfahren müsse. Man erwarte also in meinen Anzeigen bey dankeswerthen Schriften keinen Tadel; betrachte aber auch als dergleichen dasjenige nicht, was darin nach den angeführ-

ten Grundsätzen nicht fehlen darf, und dem Kurzsichtigen leicht aus Tadelsucht geflossen scheinen könnte. Es giebt in der Mathematik nicht wenig Theorien, bey welchen der eingeschränkte Gesichtspunkt, aus welchem man die Gegenstände derselben angesehen hat, und noch immer anzusehen pflegt, der Vorrechte des allgemeinern und eine weitere und hellere Aussicht gewährenden Standpunktes, gleichsam durch Verjährung sich angemaßet hat, und zu diesen Vorrechten gehört unter andern, daß man ihn weiter gar nicht anzeigt, sondern als den einzigen wie bekannt voraussetzt. So oft ich auf dergleichen stoßen werde, und die Gelegenheit dazu wird sich bald darbieten, kann ich ich es nicht anders als für Pflicht halten, ohne alles Ansehen der Person, obgleich nie mit Verletzung der Hochachtung, welche reelle Verdienste heischen, frey und so sehr es irgend in meiner Gewalt steht, dahin zu streben, daß der Gesichtspunkt der Hauptgesichtspunkt werde, der mir nach reiflicher und langer Ueberlegung solches zu verdienen scheint. Dies wird natürlicher Weise um so mehr statt finden müssen, wenn, wie mir wenigstens einige Beyspiele bekannt sind, durch Entfernung von

der möglich größten Gründlichkeit, entweder der Entdeckung neuer Wahrheiten, oder einer methodischern und leichtern Entwickelung bekannter, aber wichtiger und gleichwohl ohne Noth mit Schwierigkeiten überhäufter Theorien, der Weg verschlossen worden ist. So viel hier von dem Verhalten, was ich mir bey guten Schriften zu beobachten vorgesetzt habe; der schlechten habe ich schon hinlänglich in der Vorrede gedacht.

Wegen überhäufter Meßarbeit hat der Buchdrucker dieses Stück nicht früher als jetzt fertig schaffen können, und sieht sich zugleich außer Stande, das zweyte vor dem 16ten May zu liefern. Vom dritten an, welches den 1sten Junius erscheinen wird, soll jedes Stück allemal den 1sten des Monats zu haben seyn.

S. 3, Z. 3 von unten lese man das Quadrat *ac* anstatt das Quadrat *ad*.

S 16, und an ein oder ein Paar andern Orten streiche man das h in der Mitte des Worts Hypothenuse durch, und lese Hypotenuse.

S. 93, §. 32. nr. 1) lese man: $1 = \sin. z^2 + \cot. z^2$ statt $1 = \sin. Z + \cot. Z$.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Michelsen, Johann Andreas Christian, 1749-1797

Beyträge zur Beförderung des Studiums der Mathematik insbesondere für Schullehrer und Praktiker

Bd.: 1,1

Berlin (1790)

Math.u. 131-1,1/4
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10594137-5
VD18 8034139X-001